

ВЕСЦІ

НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРИЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК 2016 № 3

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК 2016 № 3

ЗАСНАВАЛЬНІК – НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

Часопіс выдаецца са студзеня 1965 г.

Выходзіць чатыры разы ў год

ЗМЕСТ

МАТЭМАТЫКА

Янчевский В. И. О некоторых свойствах групп Уайтхеда и их унитарных аналогов алгебр Адзумаи над полями функций p -адических кривых и специальными гензелевыми полями	5
Деменчук А. К. Задача управления асинхронным спектром линейных квазипериодических систем с блочным представлением усреднения матрицы коэффициентов	12
Корзюк В. И., Нгуен Ван Винь. Классическое решение задачи с интегральным условием для одномерного биволнового уравнения	16
Картынный Ю. А. Алгоритмические свойства связанных окрестностных множеств в графах	30
Харин А. Ю., Тон Тхат Ту. Последовательная статистическая проверка гипотез о параметрах временных рядов с трендом при пропусках наблюдений	38
Чумаков Ф. В., Василец С. И. Решение одного вида интегрального уравнения первого рода с логарифмическим ядром и смешанными коэффициентами	47
Ломовцев Ф. Е., Юрчук Н. И. Решение начально-краевой задачи для нестрого гиперболического уравнения при смешанных граничных условиях в четверти плоскости	51
Кирилюк Д. И. Критерии самосовмещения и центры многоугольников n -арных групп	58

ФІЗІКА

Курочкин Ю. А. Теоретико-групповая интерпретация орисфер трехмерного расширенного пространства Лобачевского	66
Русак Ю. А., Веко О. В., Овсюк Е. М. Асимптотический анализ уравнений для спинорной частицы в поле Шварцшильда	71

Покаташкин Г. С., Кокоулина Е. С., Шуляковский Р. Г. Моделирование аномального рождения мягких фотонов на Нуклотроне	77
Русак А. А., Дашкевич В. И., Орлович В. А., Шкадаревич А. П. Повышение выходной энергии ВКР-лазера путем повторного использования истощенной накачки	82
Шапошников В. Л., Кривошеева А. В., Борисенко В. Е. Расчет электронных энергетических зон и оптических параметров сульфидов олова	89
Батище С. А., Бушук С. Б., Пилипенко В. А., Татур Г. А., Жигулин Д. В. Образование частиц «черного» золота при лазерной абляции наносекундным излучением четвертой гармоники YAG:ND-лазера	96

ИНФАРМАТЫКА

Левин Г. М., Розин Б. М., Долгий А. Б. Оптимизация выпуска и интенсивностей обработки группы деталей при нестационарном спросе	102
Поттосин Ю. В., Поттосина С. А. Поиск разреза графа в решении некоторых задач логического проектирования	110

ВУЧОНЫЯ БЕЛАРУСІ

Абламейко Сергей Владимирович (К 60-летию со дня рождения)	119
Гайшун Иван Васильевич (К 70-летию со дня рождения)	121
Кириллова Фаина Михайловна (К юбилею)	124
Правила для авторов	126

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ 2016 № 3

Серия физико-математических наук

На русском, белорусском и английском языках

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 392 от 18.05.2009

Компьютерная верстка *В. Л. Смольской*

Здадзена ў набор 24.08.2016. Падпісана да друку 21.09.2016. Выхад у свет 29.09.2016. Фармац 60×84¹/₈.

Папера афсетная. Друк лічбавы. Ум. друк. арк. 14,88. Ул.-выд. арк. 16,4. Тыраж 60 экз. Заказ 188.

Кошт нумару: індывідуальная падпіска – 10,28 руб.; ведамасная падпіска – 25,21 руб.

Выдавец і паліграфічнае выкананне:

Рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Выдавецкі дом «Беларуская навука». Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/18 ад 02.08.2013.

ЛП 02330/455 ад 30.12.2013. Вул. Ф. Скарыны, 40, 220141, г. Мінск.

© Выдавецкі дом «Беларуская навука».
Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2016

PROCEEDINGS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

PHYSIC AND MATHEMATICS SERIES 2016 N 3

FOUNDED IS THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

The Journal has been published since January 1965

Issued four times a year

CONTENTS

MATHEMATICS

Yanchevskii V. I. Some properties of Whitehead groups and their unitary analogs of Azumaya algebras over function fields of the p -adic curves and over special Henselian ones	5
Demenchuk A. K. Control problem of an asynchronous spectrum of quasiperiodic linear systems with a block representation of average coefficient matrix	12
Korzyuk V. I., Nguyen Van Vinh. Classical solution of a problem with an integral condition for the one-dimensional biwave equation	16
Kartynnik Y. A. Algorithmic properties of connected neighbourhood sets in graphs	30
Kharin A. Yu., Ton That Tu. Sequential statistical hypotheses testing on parameters of time series with a trend under missing values	38
Chymakov F. V., Vasilets S. I. Solution of the first-kind one-type integral equation with the logarithmic kernel and mixed coefficients	47
Lomovtsev F. E., Yurchuk N. I. Initial boundary value problem for the non-strictly hyperbolic equation with mixed boundary conditions in a quadrant	51
Kirilyuk D. I. Self-returning criteria and centroids of polygons of n -ary groups	58

PHYSICS

Kurochkin Yu. A. Group-theoretical interpretation of the horospheres of the three-dimensional extended Lobachevsky space	66
Rusak Y. A., Veko O. V., Ovsyuk E. M. Asymptotical analysis of the equations for the spinor particle in the Schwarzschild field	71
Pokatashkin G. S., Kokoulina E. S., Shulyakovsky R. G. Simulation of the abnormal birth of soft photons on the Nuclotron	77
Rusak A. A., Dashkevich U. I., Orlovich, V. A., Shkadarevich A. P. Increasing the output energy of the Raman laser by a repeated use of a depleted pump	82
Shaposhnikov V. L., Krivosheeva A. V., Borisenko V. E. Calculation of electron energy bands and optical parameters of tin sulfides	89
Batishche S. A., Bushuk S. B., Pilipenko V. A., Tatur H. A., Zhygulin D. V. Formation of "black" gold particles at nanosecond YAG:ND laser fourth harmonic (266 nm) ablation	96

INFORMATICS

Levin G. M. , Rozin B. M., Dolgui A. B. Optimizing the output and the intensities of processing a batch of parts under non-stationary demand	102
Pottosin Yu. V., Pottosina S. A. Search of a cut in a graph used in logical design	110

SCIENTISTS OF BELARUS

Ablameiko Sergey Vladimirovich (To the 60 th Anniversary)	119
Gaishun Ivan Vasilievich (To the 70 th Anniversary)	121
Kirillova Faina Mikhailovna (To the Anniversary)	124
Instructions for Authors	126

В. И. ЯНЧЕВСКИЙ

**О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ГРУПП УАЙТХЕДА И ИХ УНИТАРНЫХ АНАЛОГОВ
АЛГЕБР АДЗУМАЙИ НАД ПОЛЯМИ ФУНКЦИЙ p -АДИЧЕСКИХ КРИВЫХ
И СПЕЦИАЛЬНЫМИ ГЕНЗЕЛЕВЫМИ ПОЛЯМИ**

*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: yanch@im.bas-net.by*

Описываются группы приведенных и приведенных унитарных норм для слабо разветвленных гензелевых алгебр с делением. Устанавливаются важные свойства приведенных и приведенных унитарных групп Уайтхеда алгебр с делением над полями функций p -адических кривых при пополнении их относительно специальных дискретных нормирований, а также тел так называемых некоммутативных p -адических рациональных функций.

Ключевые слова: группы Уайтхеда алгебр с делением, приведенные группы Уайтхеда алгебр с делением, гензелевы поля, приведенные нормы алгебр Адзумайи над полями, унитарные инволюции алгебр с делением, приведенные унитарные нормы центральных простых алгебр с инволюциями.

V. I. YANCHEVSKIĬ

**SOME PROPERTIES OF WHITEHEAD GROUPS AND THEIR UNITARY ANALOGS OF AZUMAYA ALGEBRAS
OVER FUNCTION FIELDS OF THE p -ADIC CURVES AND OVER SPECIAL HENSELIAN ONES**

*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: yanch@im.bas-net.by*

The groups of reduced and reduced unitary norms of tamely ramified Henselian division algebras are described. Important properties of reduced and reduced unitary Whitehead groups of division algebras over function fields of p -adic curves after extension scalars to their completions with respect to special discrete valuations and of skew fields of the so-called non-commutative p -adic rational functions are obtained.

Keywords: Whitehead groups of division algebras, reduced Whitehead groups of division algebras, Henselian fields, reduced norms of Azumaya algebras of fields, unitary involutions of division algebras, reduced unitary norms of central simple algebras with involutions.

А. К. ДЕМЕНЧУК

**ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ СПЕКТРОМ ЛИНЕЙНЫХ
КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ С БЛОЧНЫМ ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ
УСРЕДНЕНИЯ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ**

*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: demenchuk@im.bas-net.by*

Рассматривается линейная квазипериодическая система управления, замкнутая линейной по фазовым переменным обратной связью. Предполагается, что усредненная матрица коэффициентов имеет блочное представление. Решается задача управления асинхронным многочастотным спектром.

Ключевые слова: линейная квазипериодическая система управления, асинхронный спектр.

A. K. DEMENCHUK

**CONTROL PROBLEM OF AN ASYNCHRONOUS SPECTRUM OF QUASIPERIODIC LINEAR SYSTEMS
WITH A BLOCK REPRESENTATION OF AVERAGE COEFFICIENT MATRIX**

*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: demenchuk@im.bas-net.by*

We consider a linear quasiperiodic control system closed by the phase variables-linear feedback. It is assumed that the average coefficient matrix has a block representation. The control problem of an asynchronous multifrequency spectrum is solved.

Keywords: linear quasiperiodic control system, asynchronous spectrum.

В. И. КОРЗЮК^{1,2}, НГУЕН ВАН ВИНЬ^{1,3}

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО БИВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

¹*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: korzyuk@bsu.by, vinhnguyen0109@gmail.com*

²*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: korzyuk@bsu.by*

³*Хюэский университет, Хюэ, Вьетнам, e-mail: vinhnguyen0109@gmail.com*

В аналитическом виде найдено классическое решение одномерного биволнового уравнения при наличии условий Коши, граничных условий на боковой границе и нелокального интегрального условия, которое задано через значения искомого решения во внутренних точках рассматриваемой области. Под классическим решением понимается функция, которая определена во всех точках замыкания заданной области и имеет все классические производные, входящие в уравнение и условия задачи.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, гиперболические уравнения, биволновое уравнение, частные производные, граничные условия, условия Коши, условия согласования, классическое решение.

V. I. KORZYUK^{1,2}, NGUYEN VAN VINH^{1,3}

CLASSICAL SOLUTION OF A PROBLEM WITH AN INTEGRAL CONDITION FOR THE ONE-DIMENSIONAL BIWAVE EQUATION

¹*Belarusian State University, Minsk, Belarus,
e-mail: korzyuk@bsu.by, vinhnguyen0109@gmail.com*

²*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: korzyuk@bsu.by*

³*Hue University's College of Education, Hue, Viet Nam, e-mail: vinhnguyen0109@gmail.com*

We find a closed-form classical solution of the homogeneous biwave equation with Cauchy conditions, a boundary condition on the lateral boundary, and a nonlocal integral condition involving the values of the solution at interior points of the domain. A classical solution is understood as a function that is defined everywhere in the closure of the domain and has all classical derivatives occurring in the equation and conditions of the problem.

Keywords: differential equations, hyperbolic equations, biwave equation, partial derivatives, boundary conditions, Cauchy conditions, agreement conditions, classical solution, integral condition.

Ю. А. КАРТЫННИК

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЯЗНЫХ ОКРЕСТНОСТНЫХ МНОЖЕСТВ В ГРАФАХ

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: kartynnik@bsu.by*

В работе вводится и характеризуется класс графов, в которых каждое связанное доминирующее множество является (связным) окрестностным, а также класс графов, для каждого связанного порожденного подграфа которых мощности наименьшего окрестностного множества и наименьшего связанного окрестностного множества совпадают. В предположении $P \neq NP$ доказана неаппроксимируемость за полиномиальное время с логарифмической гарантированной оценкой точности задачи о наименьшем связанном окрестностном множестве в их общем подклассе – классе симплициально-расщепляемых графов.

Ключевые слова: симплициально-расщепляемый граф, число связанного доминирования, связанное окрестностное число.

Y. A. KARTYNNIK

ALGORITHMIC PROPERTIES OF CONNECTED NEIGHBOURHOOD SETS IN GRAPHS

*Belarusian State University, Minsk, Belarus,
e-mail: kartynnik@bsu.by*

We introduce and characterize the class of graphs in which every connected dominating set is a (connected) neighbourhood set and a class of graphs whose all connected induced subgraphs have equal minimum neighbourhood set and minimum connected neighbourhood set cardinalities. Assuming $P \neq NP$, we also prove that the minimum connected neighbourhood set problem cannot be approximated within a logarithmic factor in polynomial time in their common subclass, the class of simplicial split graphs.

Keywords: simplicial split graph, connected domination number, connected neighbourhood number.

А. Ю. ХАРИН¹, ТОН ТХАТ ТУ^{1,2}

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О ПАРАМЕТРАХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ТРЕНДОМ ПРИ ПРОПУСКАХ НАБЛЮДЕНИЙ

¹*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь, e-mail: KharinAY@bsu.by, tthattu@gmail.com*

²*Университет г. Дананг, Вьетнам, e-mail: tthattu@gmail.com*

Рассматривается задача последовательной проверки простых гипотез для временных рядов с трендом в случае пропуска наблюдений. Построен последовательный тест, исследованы характеристики его эффективности. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: последовательный тест, простые гипотезы, временные ряды, тренд, пропущенные значения, вероятности ошибок, математическое ожидание числа наблюдений.

A. Yu. KHARIN¹, TON THAT TU^{1,2}

SEQUENTIAL STATISTICAL HYPOTHESES TESTING ON PARAMETERS OF TIME SERIES WITH A TREND UNDER MISSING VALUES

¹*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: KharinAY@bsu.by, tthattu@gmail.com*

²*Da Nang University, Vietnam, e-mail: tthattu@gmail.com*

The problem of sequential testing of simple hypotheses for time series with a trend is considered in case of missing observations. The sequential test is constructed and its performance characteristics are analysed. Numerical results of experiments are given.

Keywords: sequential test, simple hypotheses, time series, trend, missing values, error probabilities, expected number of observations.

Ф. В. ЧУМАКОВ¹, С. И. ВАСИЛЕЦ²

РЕШЕНИЕ ОДНОГО ВИДА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ЯДРОМ И СМЕШАННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

¹*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь, e-mail: fchumakov@tut.by*

²*Белорусский государственный педагогический университет им. Максима Танка,
Минск, Беларусь, e-mail: svasilets@tut.by*

Решение в явном виде интегрального уравнения первого рода с логарифмами в ядре сводится к последовательному решению характеристического особого уравнения и уравнения Вольтерры. Решение дается в явном виде в зависимости от индекса особого уравнения и разрешимости уравнения Вольтерры.

Ключевые слова: особое интегральное уравнение, индекс, уравнение Вольтерры, условия разрешимости, условия равносильности, явное решение уравнения.

F. V. CHYMAKOV¹, S. I. VASILETS²

SOLUTION OF THE FIRST-KIND ONE-TYPE INTEGRAL EQUATION WITH THE LOGARITHMIC KERNEL AND MIXED COEFFICIENTS

¹*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: fchumakov@tut.by*

²*Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank, Minsk, Belarus,
e-mail: svasilets@tut.by*

An explicit solution of first-kind one-type integral equation with logarithms in the kernel reduces to a successive solution of the characteristic singular equation and the Volterra equation. The solution is given in closed form, depending on the index of the singular equation and the solvability of the Volterra equation.

Keywords: singular integral equation, index, Volterra equation, solvability conditions, equivalence conditions, quadrature of equation.

Ф. Е. ЛОМОВЦЕВ, Н. И. ЮРЧУК

РЕШЕНИЕ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСТРОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ В ЧЕТВЕРТИ ПЛОСКОСТИ

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: lomovcev@bsu.by, yurchuk@bsu.by*

В настоящей работе полностью исследована и решена начально-краевая задача для простейшего неоднородного нестроого гиперболического уравнения второго порядка при смешанных граничных условиях Дирихле и Неймана в четверти плоскости. Методом характеристик выведены ее единственные классические решения в явном аналитическом виде и доказана необходимость и достаточность установленных требований гладкости и условий согласования на исходные данные (правую часть уравнения, начальные и граничные данные), обеспечивающие ее однозначную везде разрешимость во множестве классических решений. Требования гладкости на исходные данные этой задачи на «единицу» выше, чем если бы нами решалась аналогичная первая или вторая смешанная задача для гиперболического уравнения колебаний полуограниченной струны.

Ключевые слова: начально-краевая задача, нестроого гиперболическое уравнение, классическое решение, необходимое и достаточное условие, требование гладкости, условие согласования.

F. E. LOMOVITSEV, N. I. YURCHUK

INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE NON-STRICTLY HYPERBOLIC EQUATION WITH MIXED BOUNDARY CONDITIONS IN A QUADRANT

Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: lomovcev@bsu.by, yurchuk@bsu.by

In this paper, the initial boundary value problem for the simplest inhomogeneous second-order non-strictly hyperbolic equation with the mixed Dirichlet and Neumann boundary conditions in a quadrant is fully investigated and solved. By means of the method of characteristics we have obtained its classical solution in analytic explicit form and have proved the necessity and the sufficiency of the established requirements and the smoothness of the original data (the right hand-side of the equation, initial and boundary data) to ensure its unambiguous solvability everywhere in a variety of classical solutions. The requirements on the smoothness of the data of this problem are by “one” are higher than if we have solved the similar first- or second-order mixed problem for the hyperbolic equation of semi-infinite string vibrations.

Keywords: boundary value problem, non-strictly hyperbolic equation, classical solution, necessary and sufficient condition, smoothness requirement, reconciliation condition.

Д. И. КИРИЛЮК

КРИТЕРИИ САМОСОВМЕЩЕНИЯ И ЦЕНТРОИДЫ МНОГОУГОЛЬНИКОВ n -АРНЫХ ГРУПП

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь,
e-mail: kirilyuk.denis@gmail.com*

В работе установлены новые критерии самосовмещения произвольной точки n -арной группы относительно элементов последовательности вершин $2k$ -угольников n -арной группы. Доказывается, что центроид $2k$ -угольника G , обладающего тем свойством, что произвольная точка n -арной группы самосовмещается относительно элементов последовательности вершин этого $2k$ -угольника, совпадает с центроидом k -угольника G .

Ключевые слова: n -арная группа, k -угольник n -арной группы, вектор n -арной группы.

D. I. KIRILYUK

SELF-RETURNING CRITERIA AND CENTROIDS OF POLYGONS OF n -ARY GROUPS

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus,
e-mail: kirilyuk.denis@gmail.com*

In the work new criteria of self-returning of any point of n -ary groups concerning the elements of sequence of tops of $2k$ -gons of the n -ary groups are established. It is proved that centroids of $2k$ -gons of G possessing that property that any point of n -ary groups of self-returning concerning the elements of sequence of tops of this $2k$ -gons coincides with the G k -square centroid.

Keywords: n -ary group, k -gon of n -ary group, vector of n -ary group.

Ю. А. КУРОЧКИН

ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОРИСФЕР ТРЕХМЕРНОГО РАСШИРЕННОГО ПРОСТРАНСТВА ЛОБАЧЕВСКОГО

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: yukuroch@dragon.bas-net.by*

Показано, что стационарная группа изотропного вектора четырехмерного псевдоевклидова пространства – подгруппа группы вращений $SO(3,1)$ данного пространства является группой движений орисфер первого и второго рода в трехмерном расширенном пространстве Лобачевского и действует на орисферах транзитивно.

Ключевые слова: орисфера, изотропный вектор, пространство Лобачевского, псевдоевклидово пространство, группа, преобразование, бикватернион.

Yu. A. KUROCHKIN

GROUP-THEORETICAL INTERPRETATION OF THE HOROSPHERES OF THE THREE-DIMENSIONAL EXTENDED LOBACHEVSKY SPACE

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: yukuroch@dragon.bas-net.by*

We have shown that the stationary group of the isotropic vector of the four-dimensional pseudo-Euclidean space, which is the subgroup of the rotation group $SO(3,1)$ of this space, is the group of motion of the first- and second-kind horospheres in the three-dimensional extended Lobachevsky space and act transitively on horospheres.

Keywords: horosphere, isotropic vector, Lobachevsky space, pseudo-Euclidean space, group, transformation, biquaternion.

Ю. А. РУСАК¹, О. В. ВЕКО², Е. М. ОВСИЮК³

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СПИНОРНОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ШВАРЦШИЛЬДА

¹*Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест, Беларусь,
e-mail: wevelyura@gmail.com*

²*Гимназия г. Калинковичи, Беларусь, e-mail: vekoolga@mail.ru*

³*Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Беларусь,
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru*

Для безмассовых спинорных частиц в поле Шварцшильда развита общая математическая схема анализа прохождения спинорных частиц через эффективный гравитационный барьер Шварцшильда. Установлена зависимость эффекта от направления падения частиц на барьер: извне или изнутри. Анализ основан на использовании 8 решений Фробениуса для уравнения с существенно особыми точками ранга 2. Математическая структура полученных асимптотических формул является точной, однако неизвестны аналитические выражения для сумм входящих в эти формулы степенных рядов. Эта часть исследования вынужденно должна базироваться на численном суммировании рядов.

Ключевые слова: частица Дирака, черная дыра Шварцшильда, сингулярности, решения Фробениуса, туннелирование.

Y. A. RUSAK¹, O. V. VEKO², E. M. OVSIYUK³

ASYMPTOTICAL ANALYSIS OF THE EQUATIONS FOR THE SPINOR PARTICLE IN THE SCHWARZSCHILD FIELD

¹*Brest State University named after A. S. Pushkin, Brest, Belarus, e-mail: wevelyura@gmail.com*

²*Gymnasium, Kalinkovichi, Belarus, e-mail: vekoolga@mail.ru*

³*Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozur, Belarus, e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru*

For massless Dirac particles, the general mathematical study of the tunneling process of a particle through the effective potential barrier generated by the Schwarzschild black hole is made. Results are significantly different for two situations: first when a particle falls on the barrier from within and second when a particle falls on the barrier from the outside. The study is based on the use of 8 Frobenius solutions of the related second-order differential equations with the second-rank non-regular singularities. The mathematical structure of the derived asymptotic relations is exact, however the analytical expressions for the involved convergent powers series are not known. So, a further study should be based on the numerical summation of the series.

Keywords: Dirac particle, Schwarzschild black hole, singularities, Frobenius solutions, tunneling process.

Г. С. ПОКАТАШКИН¹, Е. С. КОКОУЛИНА², Р. Г. ШУЛЯКОВСКИЙ¹

МОДЕЛИРОВАНИЕ АНОМАЛЬНОГО РОЖДЕНИЯ МЯГКИХ ФОТОНОВ НА НУКЛОТРОНЕ

¹Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: shulyakovsky@iaph.bas-net.by, glebyshek92@mail.ru

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия, e-mail: kokoulina@jinr.ru

В статье обсуждаются предварительные результаты моделирования электромагнитного калориметра для регистрации мягких фотонов на пучке Нуклотрона с энергией 3,5 ГэВ на основе пакетов Geant4 и UrQMD. Приводится теоретическое предположение связи конденсата Бозе – Эйнштейна с явлением аномального выхода мягких фотонов, основанное на данных сотрудничества СВД-2 (Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Российская Федерация), что является актуальной задачей в столкновении релятивистских ядер.

Ключевые слова: мягкие фотоны, конденсат Бозе – Эйнштейна, адронизация, кварк-глюонная плазма, Нуклотрон, электромагнитный калориметр, Монте-Карло.

G. S. POKATASHKIN¹, E. S. KOKOULINA², R. G. SHULYAKOVSKY¹

SIMULATION OF THE ABNORMAL BIRTH OF SOFT PHOTONS ON THE NUCLOTRON

¹Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: shulyakovsky@iaph.bas-net.by, glebyshek92@mail.ru

²Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia, e-mail: kokoulina@jinr.ru

The first results of simulation of an electromagnetic calorimeter for registration of soft photons on the Nuclotron beam with the energy of 3.5 GeV on the basis of Geant4 and UrQMD packages are discussed in the paper. The theoretical assumption is made on the relation between Bose – Einstein condensate and abnormal soft photon production on the basis of the SVD-2 data (Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russian Federation). This is an actual task for heavy nucleus collisions.

Keywords: soft photons, Bose – Einstein condensate, hadronization, quark-gluon plasma, Nuclotron, electromagnetic calorimeter, Monte-Carlo.

A. A. РУСАК¹, В. И. ДАШКЕВИЧ¹, В. А. ОРЛОВИЧ¹, А. П. ШКАДАРЕВИЧ²

ПОВЫШЕНИЕ ВЫХОДНОЙ ЭНЕРГИИ ВКР-ЛАЗЕРА ПУТЕМ ПОВТОРНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСТОЩЕННОЙ НАКАЧКИ

¹ Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: bui.anastasiya@gmail.com, v.dashkevich@dragon.bas-net.by, v.orlovich@dragon.bas-net.by

²Унитарное предприятие «НТЦ «ЛЭМТ» БелОМО», Минск, Беларусь,
e-mail: shkad@lemt.by

Предложен способ увеличения выходной энергии внерезонаторного ВКР-лазера с двухпроходной накачкой. Способ основан на повторном возврате истощенной накачки в зону ВКР-генерации и демонстрируется на примере безопасных для глаз ВКР-лазеров на кристалле KGW, накачиваемом импульсным многомодовым излучением KGW:Nd-лазера с рабочим переходом ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ в геометриях $E \parallel N_g$ и $E \parallel N_m$. При возврате в ВКР-лазер 70 % истощенной накачки КПД генерации безопасного для глаз излучения на длинах волн 1507 и 1538 нм возрастает примерно на 11 %.

Ключевые слова: вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР), внерезонаторный ВКР-лазер, двухпроходная накачка, повторное возвращение истощенной накачки, безопасное для глаз излучение.

A. A. RUSAK¹, U. I. DASHKEVICH¹, V. A. ORLOVICH¹, A. P. SHKADAREVICH²

INCREASING THE OUTPUT ENERGY OF THE RAMAN LASER BY A REPEATED USE OF A DEPLETED PUMP

¹B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: bui.anastasiya@gmail.com, v.dashkevich@dragon.bas-net.by, v.orlovich@dragon.bas-net.by

²Unitary Enterprise “STC “LEMT” of the BelOMO”, Minsk, Belarus, e-mail: shkad@lemt.by

A method for increasing the output energy of an extracavity Raman laser with a double-pass pump is proposed. The method is based on the repeated recovery of a depleted pump in the zone of SRS generation and is demonstrated by the example of eye-safe Raman lasers with a KGW crystal pumped at geometries of $E \parallel N_g$ and $E \parallel N_m$ by pulsed multimode radiation of a Nd:KGW-laser with a ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ working transition. When returning 70 % of a depleted pump in the Raman laser, an efficiency of generation of eye-safe radiation at wavelengths of 1507 and 1538 nm increases by approximately 11 %.

Keywords: stimulated Raman Scattering (SRS), extracavity SRS-laser, double-pass pump, repeated return of a depleted pump, eye-safe radiation.

В. Л. ШАПОШНИКОВ, А. В. КРИВОШЕЕВА, В. Е. БОРИСЕНКО

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗОН И ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СУЛЬФИДОВ ОЛОВА

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь,
e-mail: victor.shaposhnikov@gmail.com, anna@nano.bsuir.edu.by, borisenko@bsuir.by*

Теоретическим моделированием установлены зонная структура и оптические свойства различных по стехиометрическому составу и кристаллической решетке фаз сульфида олова. Показано, что все они являются непрямозонными полупроводниками с шириной запрещенной зоны от 0,17 до 2,4 эВ. Перспективным материалом для применения в солнечной энергетике представляется SnS в кубической и орторомбической фазах с шириной запрещенной зоны 1,0–1,5 эВ и коэффициентом поглощения в видимой области спектра более 10^5 см^{-1} .

Ключевые слова: сульфид олова, зонная структура, коэффициент оптического поглощения, солнечный элемент.

V. L. SHAPOSHNIKOV, A. V. KRIVOSHEEVA, V. E. BORISENKO

CALCULATION OF ELECTRON ENERGY BANDS AND OPTICAL PARAMETERS OF TIN SULFIDES

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus,
e-mail: victor.shaposhnikov@gmail.com, anna@nano.bsuir.edu.by, borisenko@bsuir.by*

The electron energy band structure and optical properties of various phases of tin sulfide were theoretically estimated by computer simulation. All the investigated materials were found to be indirect-gap semiconductors with a band gap ranging from 0.17 to 2.4 eV. The band gap in the range of 1.0–1.5 eV and the absorption coefficient near the fundamental absorption edge of more than 10^5 cm^{-1} in the cubic and orthorhombic phases of tin sulfide with a stoichiometric composition of SnS make them promising for solar energy conversion.

Keywords: tin sulfide, band structure, absorption coefficient, solar cell.

S. A. BATISHCHE¹, S. B. BUSHUK¹, V. A. PILIPENKO², H. A. TATUR¹, D. V. ZHYGULIN²

FORMATION OF “BLACK” GOLD PARTICLES AT NANOSECOND YAG:ND LASER FORTH HARMONIC (266 nm) ABLATION

*¹B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: batis@dragon.bas-net.by*

*²State Center “Belmicroanalysis” of JSC “Integral” – “Integral” Holding Managing Company, Minsk, Belarus,
e-mail: zhygulin@mail.ru*

The research results of UV 266 nm gold ablation are presented. It is shown that the deposit structure on the surface around ablation pits sharply depends on a pit depth. As the pit depth is increased, gold micro- and nanoparticles acquire a more developed surface structure and the surface around the pits gets deep black color – “black” gold appears. Some features and possible mechanisms of forming “black” gold structures at ablation over the 266 nm powerful nanosecond laser radiation range are also considered.

Keywords: ablation, YAG:Nd laser, absorption, threshold, “black” gold, nanoparticles.

С. А. БАТИЩЕ¹, С. Б. БУШУК¹, В. А. ПИЛИПЕНКО², Г. А. ТАТУР¹, Д. В. ЖИГУЛИН²

ОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТИЦ «ЧЕРНОГО» ЗОЛОТА ПРИ ЛАЗЕРНОЙ АБЛЯЦИИ НАНОСЕКУНДНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ ЧЕТВЕРТОЙ ГАРМОНИКИ YAG:ND-ЛАЗЕРА

*¹Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: batis@dragon.bas-net.by*

*²ГЦ «Белмикрoанализ» филиала НТЦ «Белмикросистемы» ОАО «Интеграл», Минск, Беларусь,
e-mail: zhygulin@mail.ru*

Представлены результаты исследования абляции золота УФ-излучением 266 нм. Показано, что структура депозита на поверхности вокруг абляционных лунок зависит от их глубины. При увеличении глубины лунки осажденные микро- и наночастицы золота приобретают более развитую поверхностную структуру, при этом поверхность вокруг лунок становится насыщенного черного цвета – появляется «черное» золото. Также рассмотрены некоторые особенности и возможные механизмы формирования структур «черного» золота при абляции мощным наносекундным лазерным излучением с длиной волны 266 нм.

Ключевые слова: абляция, YAG:Nd-лазер, поглощение, порог, «черное» золото.

Г. М. ЛЕВИН¹, Б. М. РОЗИН¹, А. Б. ДОЛГИЙ²

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫПУСКА И ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБРАБОТКИ ГРУППЫ ДЕТАЛЕЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СПРОСЕ

¹Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь, e-mail: levin@newman.bas-net.by, rozin@newman.bas-net.by

²Горная школа Нанта, Нант, Франция, e-mail: Alexandre.Dolgui@mines-nantes.fr

Рассматривается задача оптимизации размеров выпуска группы деталей и интенсивностей их обработки на многопозиционном оборудовании блоками инструментов при нестационарном спросе на заданных временных интервалах. Состав группы не меняется от интервала к интервалу. В качестве целевой функции принята сумма затрат на производство, хранение избытков деталей и штрафы за неудовлетворенный спрос на них. Затраты на выпуск группы деталей зависят от интенсивностей их обработки. Предложен декомпозиционный метод решения задачи.

Ключевые слова: размер партии, группа деталей, интенсивность обработки, минимизация затрат, декомпозиционный метод.

G. M. LEVIN¹, B. M. ROZIN¹, A. B. DOLGUI²

OPTIMIZING THE OUTPUT AND THE INTENSITIES OF PROCESSING A BATCH OF PARTS UNDER NON-STATIONARY DEMAND

¹United Institute of Informatics Problems of National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus, e-mail: levin@newman.bas-net.by, rozin@newman.bas-net.by

²Ecole des Mines de Nantes, Nantes, France, e-mail: Alexandre.Dolgui@mines-nantes.fr

We consider a problem of optimizing the output of a batch of parts and intensities of its processing with tool blocks on a multiposition equipment under non-stationary demand and predetermined time intervals. The batch content does not vary from one interval to another. The objective function is the sum of production cost, storage cost of excess parts, and penalties for unmet demand. The production cost depends on processing intensities. A decomposition method for solving the problem is proposed.

Keywords: lot size, batch of parts, intensity of processing, cost minimization, decomposition method.

Ю. В. ПОТТОСИН¹, С. А. ПОТТОСИНА²

ПОИСК РАЗРЕЗА ГРАФА В РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

¹Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь, e-mail: pott@newman.bas-net.by

²Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь, e-mail: s.pottosina@gmail.com

Рассматриваются две задачи логического проектирования дискретных устройств: декомпозиция булевых функций и кодирование состояний конечного автомата. Предлагается общий подход к решению этих задач, который связан с поиском максимального разреза в графе со взвешенными ребрами. На основе указанного метода предложены эвристические методы решения рассматриваемых задач.

Ключевые слова: логическое проектирование, декомпозиция булевых функций, кодирование состояний конечного автомата, разрез графа.

Yu. V. POTTOSIN¹, S. A. POTTOSINA²

SEARCH OF A CUT IN A GRAPH USED IN LOGICAL DESIGN

¹United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus, e-mail: pott@newman.bas-net.by

²Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus, e-mail: s.pottosina@gmail.com

Two optimization problems in logical design are considered: decomposition of Boolean functions and state assignment of a finite automaton. A common approach to those problems is suggested. This approach is connected with the search of a maximal cut in a graph with weighted edges. Heuristic methods based on this approach to solve the problems are suggested.

Keywords: logical design, decomposition of Boolean functions, state assignment of finite automaton, cut in graph.