

ВЕСЦІ

НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК 2015 № 2

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК 2015 № 2

ЗАСНАВАЛЬНІК – НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

Часопіс выдаецца са студзеня 1965 г.

Выходзіць чатыры разы ў год

ЗМЕСТ

МАТЭМАТЫКА

Худяков А. П., Янович Л. А. Обобщенные интерполяционные формулы Эрмита – Биркгофа для случая чебышевских систем функций	5
Мартынов И. П., Лысюк Е. С. Аналитические свойства решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка	15
Малюгин В. И., Новопольцев А. Ю. Анализ многомерных статистических моделей с неоднородной структурой в случае скрытой марковской зависимости состояний	26
Мисюк В. Р., Пекарский А. А. Сопряженные функции на отрезке и соотношения для их наилучших равномерных полиномиальных приближений	37
Беняш-Кривец В. В., Говорущко И. О. Многообразия характеров групп Баумслэга – Солитера	41
Баркова Е. А., Забрэйко П. П. Нелокальная теорема о задаче Коши для дифференциальных уравнений дробных порядков в весовых пространствах непрерывных функций	48

ФІЗІКА

Князев М. А., Блинкова Н. Г. Связь между односолитонными составляющими двухсолитонного решения уравнения Кортевега-де Фриза	53
Кисель В. В., Овсюк Е. М., Веко О. В., Редьков В. М. Вклад калибровочных степеней свободы в структуру тензора энергии-импульса безмассового поля со спином 2	58

Павич Т. А., Арабей С. М., Кузнецова Р. Т., Мартынова Е. Г., Аксенова Ю. В., Майер Г. В., Березин М. Б., Соловьев К. Н. Влияние компонентного состава мицеллярного раствора на спектральные свойства и сольubilизацию плюронином производного бордифторид-дипирролилметена	64
Пашкевич Г. А., Ропот П. И., Лапчук А. С., Крючин А. А., Прыгун А. В. Подавление спеклов квазиспиральным 2D-дифракционным оптическим элементом на основе бинарной псевдослучайной M -последовательности	69
Пилипович В. А., Залесский В. Б., Конойко А. И., Кравченко В. М., Леонова Т. Р. Высокоэффективный амплитудный модулятор неполяризованного излучения с поперечным электрооптическим эффектом	77
Каланда Н. А., Ярмолич М. В., Панасевич А. М., Кривченя Д. А. Фазовые превращения при кристаллизации $Sr_2FeMoO_{6-\delta}$ из простых оксидов	82
Радюш Ю. В., Олехнович Н. М., Пушкарев А. В. Диэлектрические свойства сегнетоэлектрической керамики системы твердых растворов $(1-x)(NaBi)_{1/2}TiO_3-xBiCoO_3$	86
Мудрый А. В., Живулько В. Д., Гурский А. Л., Якушев М. В., Мартин Р. В., Шафф В. Дж. Радиационные эффекты в тонких гетероэпитаксиальных пленках нитрида индия при электронном облучении	90
Гуртовой В. Г., Шелег А. У., Мустафаева С. Н., Керимова Э. М. Диэлектрические характеристики монокристаллов $TlGaS_2$, допированных Co и Yb	98

ИНФАРМАТЫКА

Кириенко Н. А., Черемисинов Д. И., Черемисинова Л. Д. Оптимизация многоуровневых представлений логических схем для сокращения площади кристалла СБИС и энергопотребления	103
Соболевский П. И., Баханович С. В. Параметризованный тайлинг: определение границ локальных циклов в неполных тайлах.....	112

ВУЧОНЫЯ БЕЛАРУСІ

Корзюк Виктор Иванович (К 70-летию со дня рождения)	121
Аляхновіч Мікалай Міхайлавіч (Да 80-годдзя з дня нараджэння)	123

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ 2015 № 2

Серия физико-математических наук

На русском, белорусском и английском языках

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 392 от 18.05.2009

Комп'ютарная вёрстка *В. Л. Смольскай*

Здадзена ў набор 18.05.2015. Падпісана да друку 10.06.2015. Выход у свет 29.06.2015. Фармат $60 \times 84 \frac{1}{8}$. Папера афсетная.

Друк лічбавы. Ум. друк. арк. 14,88. Ул.-выд. арк. 16,4. Тыраж 70 экз. Заказ 96.

Кошт нумару: індывідуальная падпіска – 70 150 руб.; ведамасная падпіска – 169 991 руб.

Выдавец і паліграфічнае выкананне:

Рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Выдавецкі дом «Беларуская навука». Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/18 ад 02.08.2013.

ЛП 02330/455 ад 30.12.2013. Вул. Ф. Скарыны, 40, 220141, г. Мінск.

© Выдавецкі дом «Беларуская навука».

Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2015

PROCEEDINGS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

PHYSIC AND MATHEMATICS SERIES 2015 N 2

FOUNDED IS THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

The Journal has been published since January 1965

Issued four times a year

CONTENTS

MATHEMATICS

Hudyakov A. P., Yanovich L. A. Generalized interpolation formulas of Hermite – Birkhoff type for the case of Chebyshev systems of functions	5
Martynov I. P., Lysiuk A. S. Analytical properties of the solutions of a fourth-order nonlinear ordinary differential equation	15
Malugin V. I., Novopoltsev A. Yu. Analysis of multivariate statistical models with heterogeneous structure in the case of hidden Markov dependence of the states	26
Misiuk V. R., Pekarskii A. A. Conjugate functions on a segment and relations for their best uniform polynomial approximations	37
Beniash-Kryvets V. V., Govorushko I. O. Character varieties of Baumslag – Solitar groups	41
Barkova E. A., Zabreiko P. P. Nonlocal theorems on the Cauchy problem for differential equations of fractional order in weighted spaces of continuous functions	48

PHYSICS

Knyazev M. A., Blinkova N. G. Relation between one-soliton components of two-soliton solution for the Korteweg-de Vries equation	53
Kisel V. V., Ovsyuk E. M., Veko O. V., Red'kov V. M. Contribution of gauge degrees of freedom to the spin 2 field energy-momentum tensor	58
Pavich T. A., Arabe S. M., Kuznetsova R. T., Martianova E. G., Aksenova Y. V., Mayer G. V., Berezin M. B., Solovyov K. N. Influence of component proportions of micellar solutions on the spectral properties and solubilization by Pluronic of a borondifluoride dipyrromethene derivative	64
Pashkevich G. A., Ropot P. I., Lapchuk A. S., Kryuchin A. A., Prygun A. V. Speckle suppression by a quasi-spiral 2D diffractive optical element based on the binary pseudorandom M -sequence	69
Pilipovich V. A., Zalessky V. B., Konoiko A. I., Kravchenko V. M., Leonova T. R. High-performance amplitude modulator of non-polarized radiation with the transverse electrooptical effect	77

Kalanda M. A., Yarmolich M. V., Panasevich A. M., Kryuchenia D. A. Phase transformations during crystallization of $S_2FeMoO_{6-\delta}$ from simple oxides	82
Radyush Yu. V., Olekhnovich N. M., Pushkarou A. V. Dielectric properties of $(1-x)(NaBi)_{1/2}TiO_3-xBiCoO_3$ perovskite ferroelectric ceramic	86
Mudryi A. V., Zhivulko V. D., Gurskii A. L., Yakushev M. V., Martin R. W., Schaff W. J. Radiation effects in thin heteroepitaxial indium nitride films under electron irradiation	90
Hurtavy V. G., Sheleg A. U., Mustafaeva S. N., Kerimova E. M. Dielectric properties of Co- and Yb-doped single crystals of $TlGaS_2$	98

INFORMATICS

Kirienko N. A., Cheremisinov D. I., Cheremisinova L. D. Optimization of multi-level representations of logic circuits to reduce a VLSI chip area and power consumption	103
Sobolevsky P. I., Bakhanovich S. V. Parameterized tiling: the definition of the boundaries of local loops in partial tiles	112

SCIENTISTS OF BELARUS

Korzyuk Viktor Ivanovich (On the 70 th anniversary of his birth)	121
Olekhnovich Nikolai Mikhailovich (On the 80 th anniversary of his birthday)	123

РЭФЕРАТЫ

УДК 519.65

Худяков А. П., Янович Л. А. **Обобщенные интерполяционные формулы Эрмита – Биркгофа для случая чебышевских систем функций** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 5–14.

Построена обобщенная интерполяционная формула Эрмита – Биркгофа по произвольной чебышевской системе функций. Доказана теорема о выполнении интерполяционных условий. Найден класс многочленов, для которых интерполяционная формула точна. Построена оценка погрешности полученной формулы. Рассмотрены частные случаи интерполяционных формул для систем тригонометрических и экспоненциальных функций.

Библиогр. – 10 назв.

УДК 517.925

Мартынов И. П., Лысюк Е. С. **Аналитические свойства решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 15–25.

Во введении указан объект исследования – дифференциальное уравнение четвертого порядка. Целью работы является изучение аналитических свойств решений рассматриваемого уравнения. В основной части построено решение в виде ряда Лорана. Получено представление решений в виде рядов Дирихле и рядов по экспонентам от дробно-линейных функций. Изучены вопросы сходимости рядов, представляющих решения данного дифференциального уравнения четвертого порядка. Установлено наличие трехпараметрического решения с подвижной особой линией. Полученные результаты могут быть применены в аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Библиогр. – 12 назв.

УДК 519.237

Малюгин В. И., Новопольцев А. Ю. **Анализ многомерных статистических моделей с неоднородной структурой в случае скрытой марковской зависимости состояний** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 26–36.

Для моделей векторной авторегрессии с неоднородной эндогенно-экзогенной структурой и марковскими переключениями состояний предлагается EM-алгоритм расщепления смесей распределений авторегрессионных наблюдений, а также алгоритм дискриминантного анализа вновь поступающих наблюдений. Точность алгоритмов исследуется помощью компьютерного моделирования.

Табл. 2. Ил. 2. Библиогр. – 15 назв.

УДК 517.51

Мисюк В. Р., Пекарский А. А. **Сопряженные функции на отрезке и соотношения для их наилучших равномерных полиномиальных приближений** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 37–40.

В работе найдено соотношение между наилучшими равномерными полиномиальными приближениями функции, заданной на отрезке, и ее сопряженной, аналогичное соотношение в периодическом случае было получено С. Б. Стечкиным. Также доказано неравенство типа Сегё для производных алгебраического многочлена.

Библиогр. – 7 назв.

УДК 512.543.76

Беняш-Кривец В. В., Говорушко И. О. **Многообразия характеров групп Баумслага – Солитера** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 41–47.

Исследуются многообразия характеров групп Баумслага – Солитера. Найдены неприводимые компоненты этих многообразий, вычислены их размерности, а также доказана их рациональность.

Библиогр. – 10 назв.

УДК 517.968.4

Баркова Е. А., Забрейко П. П. **Нелокальная теорема о задаче Коши для дифференциальных уравнений дробных порядков в весовых пространствах непрерывных функций** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 48–52.

В работе исследованы дифференциальные уравнения дробных порядков в весовых пространствах с производными Капуто, доказана нелокальная теорема о единственной разрешимости задачи Коши, получены достаточные условия компактности интегральных операторов, действующих в пространстве вещественных непрерывных функций.

Библиогр. – 8 назв.

УДК 530.182

Князев М. А., Блинкова Н. Г. **Связь между односолитонными составляющими двухсолитонного решения уравнения Кортевега-де Фриза** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 53–57.

Построена система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, описывающая поведение составляющих двухсолитонного решения уравнения Кортевега-де Фриза при $t \rightarrow \pm \infty$. Получено нелинейное уравнение связи между этими составляющими и для одного частного случая найдено его общее решение.

Библиогр. – 13 назв.

УДК 539.12

Кисель В. В., Овсюк Е. М., Веко О. В., Редьков В. М. **Вклад калибровочных степеней свободы в структуру тензора энергии-импульса безмассового поля со спином 2** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 58–63.

Известный результат, что электромагнитные решения типа градиента от произвольной скалярной функции дают нулевой вклад в тензор энергии-импульса, обобщается на случай безмассового поля со спином 2. Показано, что в пространстве Минковского градиентные решения 30-компонентного волнового уравнения для безмассового поля со спином 2 дают вклад в тензор поля со спином 2 в виде 4-дивергенции от тензора третьего ранга и, следовательно, при интегрировании это слагаемое дает нулевой вклад.

Библиогр. – 41 назв.

УДК 535.37

Павич Т. А., Арабей С. М., Кузнецова Р. Т., Мартьянова Е. Г., Аксенова Ю. В., Майер Г. В., Березин М. Б., Соловьев К. Н. **Влияние компонентного состава мицеллярного раствора на спектральные свойства и солиubilизацию плюроником производного бордифторид-дипирролилметена** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 64–68.

Спектральным методом показано, что эффективность солиubilизации плюроником F-127 производного бордифторид-дипирролилметена зависит от соотношения в смешанных системах массовых концентраций красителя и плюроника в исходном жидком растворе. Установлено, что характерные значения концентраций плюроника в растворе, при которых образуются мицеллы, солиubilизирующие краситель, превышают 10 мас.%. Анализ спектральных характеристик растворов аддуктов «краситель–плюроник» показал, что исследуемый краситель в мицеллах плюроника находится в наибольшей степени дезагрегации, проявляя спектральные характеристики мономерной формы.

Ил. 2. Библиогр. – 9 назв.

УДК 535.44

Пашкевич Г. А., Ропот П. И., Ланчук А. С., Крючин А. А., Прыгун А. В. **Подавление спеклов квазиспиральным 2D-дифракционным оптическим элементом на основе бинарной псевдослучайной M-последовательности** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 69–76.

Предложен метод подавления спеклов на основе вращающегося квазиспирального 2D-дифракционного оптического элемента (ДОЭ), созданного на основе бинарных псевдослучайных последовательностей. Изготовлена уникальная 2D-структура такого ДОЭ для случая M-последовательности с длиной кода 15. Получено подавления спеклов более чем в 11, 6 и 4 раза для зеленого, фиолетового и красного излучения лазеров соответственно. Проведенное численное моделирование показало, что дисперсия фоторезиста, из которого выполнена структура ДОЭ, приводит к значительному ослаблению эффективности метода на границе видимого диапазона и применение материала с аномальной дисперсией может существенно улучшить параметры подавления спеклов на границах видимого диапазона длин волн.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр. – 13 назв.

УДК 535.5

Пилипович В. А., Залеский В. Б., Конойко А. И., Кравченко В. М., Леонова Т. Р. **Высокоэффективный амплитудный модулятор неполяризованного излучения с поперечным электрооптическим эффектом** // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 77–81.

Предлагается метод высокоэффективной амплитудной модуляции неполяризованного излучения на базе поперечного электрооптического эффекта, сущность которого заключается в минимизации влияния температурных изменений в электрооптических элементах за счет их параллельного размещения в диэлектрическом корпусе, обладающем высокой теплопроводностью. Описан амплитудный электрооптический модулятор с поперечным приложением управляющего поля кристаллов КТР, выполненный по кольцевой схеме.

Ил. 2. Библиогр. – 5 назв.

УДК 536.425:538.91

Каланда Н. А., Ярмолич М. В., Панасевич А. М., Кривченя Д. А. **Фазовые превращения при кристаллизации $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ из простых оксидов** // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 82–85.

На основании изучения последовательности фазовых превращений при кристаллизации $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ установлено, что синтез двойного перовскита в смеси простых оксидов протекает через ряд последовательно-параллельных стадий. На начальном этапе взаимодействия образующийся ферромолибдат стронция обогащен железом и его состав в ходе реакции изменяется в сторону увеличения содержания молибдена. Оксид молибдена в тройной смеси состава $2\text{SrCO}_3 + \text{MoO}_3 + 0,5\text{Fe}_2\text{O}_3$ вступает в реакцию несколько быстрее с карбонатом стронция, чем оксид железа. Показано, что в процессе кристаллизации двойного перовскита ферромолибдата стронция в интервале температур $T = (300-1420)$ К имеет место следующая последовательность фазовых превращений: $\{\text{Fe}_2\text{O}_3, \text{MoO}_3, \text{SrCO}_3\}$ (300 К) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{SrCO}_3\}$ (770 К) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{SrFeO}_{3-x}$ (следы), $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ (следы) $\}$ (970 К) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}\}$ (1170 К) \rightarrow $\{\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}\}$ (1420 К).

Ил. 3. Библиогр. – 8 назв.

УДК 537.226.4

Радюш Ю. В., Олехнович Н. М., Пушкарев А. В. **Диэлектрические свойства сегнетоэлектрической керамики системы твердых растворов $(1-x)(\text{NaBi})_{1/2}\text{TiO}_3-x\text{BiCoO}_3$** // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 86–89.

Методом твердофазных реакций синтезирована керамика системы $(1-x)(\text{NaBi})_{1/2}\text{TiO}_3-x\text{BiCoO}_3$. Установлено, что в данной системе в области составов $x \leq 0,2$ образуются твердые растворы (ТР) с ромбоэдрической структурой. Определены структурные характеристики ТР данной системы. Показано, что параметры гексагональной элементарной ячейки a_H и c_H линейно возрастают с увеличением x . Приводятся результаты исследования диэлектрических свойств керамики полученных ТР. Установлено, что керамика проявляет свойства сегнетоэлектрика с размытым фазовым переходом. При увеличении содержания BiCoO_3 в системе ($x > 0,05$) имеющий место для $(\text{NaBi})_{1/2}\text{TiO}_3$ при $T < 500$ К переход в релаксорное состояние для ТР вырождается.

Ил. 2. Библиогр. – 12 назв.

УДК 621.315.592

Мудрый А. В., Живулько В. Д., Гурский А. Л., Якушев М. В., Мартин Р. В., Шафф В. Дж. **Радиационные эффекты в тонких гетероэпитаксиальных пленках нитрида индия при электронном облучении** // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 90–97.

Исследовано влияние электронного облучения (6 МэВ, доза $10^{15}-10^{18}$ см⁻²) на смещение края фундаментального поглощения и люминесцентные свойства пленок InN, выращенных на сапфировых подложках с использованием метода молекулярно-лучевой эпитаксии. Установлено, что облучение приводит к увеличению концентрации электронов и оптической ширины запрещенной зоны E_g соединения InN. Увеличение оптической ширины запрещенной зоны E_g облученных тонких пленок InN обусловлено образованием радиационных дефектов донорного типа и проявления эффекта Бурштейна – Мосса.

Ил. 3. Библиогр. – 17 назв.

УДК 534.8

Гуртовой В. Г., Шелег А. У., Мустафаева С. Н., Керимова Э. М. **Диэлектрические характеристики монокристаллов TlGaS_2 , легированных Со и Уб** // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 98–102.

Проведены исследования электропроводности и диэлектрических характеристик монокристаллов TlGaS_2 , $\text{TlGa}_{0,999}\text{Yb}_{0,001}\text{S}_2$ и $\text{TlGa}_{0,99}\text{Co}_{0,01}\text{S}_2$ в интервале температур 150–320 К на частотах измерительного поля 10^3-10^6 Гц.

Определены значения обобщенной энергии активации основных носителей заряда в этих кристаллах. Показано, что абсолютные значения изученных характеристик возрастают при увеличении температуры. На кривых температурной зависимости диэлектрической проницаемости исследуемых кристаллов обнаружены аномалии в виде широких максимумов, свидетельствующие о наличии структурных превращений в них в области температур ~ 170–250 К. Выявлена дисперсия диэлектрических свойств исследованных монокристаллов: с ростом частоты значения диэлектрической проницаемости уменьшаются, а удельной электропроводности – увеличиваются. Показано, что легирование кристаллов TiGaS_2 кобальтом и иттербием приводит к уменьшению значений диэлектрической проницаемости и увеличению значений электропроводности.

Ил. 3. Библиогр. – 13 назв.

УДК 681.325

Кириенко Н. А., Черемисинов Д. И., Черемисинова Л. Д. **Оптимизация многоуровневых представлений логических схем для сокращения площади кристалла СБИС и энергопотребления** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 103–111.

Рассматривается задача оптимизации многоуровневых представлений логических схем с учетом двух основных характеристик КМОП-микросхем при реализации на кристалле СБИС: площади и среднего значения рассеиваемой мощности. Приводятся результаты сравнительного исследования двух подходов к построению многоуровневой логической схемы из вентилях, предназначенной для покрытия элементами КМОП библиотеки.

Табл. 2. Библиогр. – 24 назв.

УДК 519.6

Соболевский П. И., Баханович С. В. **Параметризованный тайлинг: определение границ локальных циклов в неполных тайлах** // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 2. С. 112–120.

Исследованы аспекты применения параметризованного тайлинга к алгоритмам, область вычисления которых представима выпуклым многогранником. Предложена структура множества неполных тайлов, построены формулы для определения этого множества. Также получены формулы, определяющие границы изменения локальных циклов в неполных тайлах. Эти формулы позволяют минимизировать время расчета границ локальных циклов при реализации тайлинга в последовательных и параллельных программах.

Библиогр. – 8 назв.

A. P. HUDYAKOV, L. A. YANOVICH

**GENERALIZED INTERPOLATION FORMULAS OF HERMITE – BIRKHOFF TYPE
FOR THE CASE OF CHEBYSHEV SYSTEMS OF FUNCTIONS**

Summary

The generalized interpolation formula of Hermite – Birkhoff type with respect to the arbitrary Chebyshev system of functions is constructed. Theorem on the satisfaction of the interpolation conditions is proved. A class of polynomials, for which the interpolation formula is exact, is determined. The error estimate of the obtained formula is constructed. The particular cases of the interpolation formula for the systems of trigonometric and exponential functions are considered.

I. P. MARTYNOV, A. S. LYSIUK

**ANALYTICAL PROPERTIES OF THE SOLUTIONS
OF A FOURTH-ORDER NONLINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION**

Summary

Introduction of the present article indicates the object of investigation: the fourth-order differential equation. The purpose of the research is to study the analytic properties of solutions of the equation considered. In the main part of the article the solution is constructed in the form of the Laurent series. The solutions in the form of Dirichlet series and exponential series with respect to fractional-linear functions have been formulated. The issues of the series convergence, which represent the solution of this fourth-order differential equation, have been explored. The existence of three-parameter solutions with a movable singular line has been established. The obtained results can be used in the analytical theory of ordinary differential equations.

V. I. MALUGIN, A. Yu. NOVOPOLTSEV

**ANALYSIS OF MULTIVARIATE STATISTICAL MODELS WITH HETEROGENEOUS STRUCTURE
IN THE CASE OF HIDDEN MARKOV DEPENDENCE OF THE STATES**

Summary

For vector autoregressive model with heterogeneous endogenous-exogenous structure and Markov switching states we propose the EM-algorithm for mixture decomposition, as well as discriminant analysis algorithm for classification of new observations. Accuracy of the algorithms is examined by means of computer simulation experiments.

V. R. MISIUK, A. A. PEKARSKII

**CONJUGATE FUNCTIONS ON A SEGMENT AND RELATIONS
FOR THEIR BEST UNIFORM POLYNOMIAL APPROXIMATIONS**

Summary

A relation between the best polynomial approximations of the function assigned on a segment and the function conjugated to it is found. In the periodic case, a similar relation is obtained by S. B. Stechkin. The inequality of G. Szegő type is also proved for the derivatives of an algebraic polynomial.

V. V. BENIASH-KRYVETS, I. O. GOVORUSHKO

CHARACTER VARIETIES OF BAUMSLAG – SOLITAR GROUPS

Summary

Character varieties of Baumslag – Solitar groups are investigated. Irreducible components of these varieties are found, their dimensions are calculated, and their rationality is proved.

E. A. BARKOVA, P. P. ZABREIKO

**NONLOCAL THEOREMS ON THE CAUCHY PROBLEM FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS
OF FRACTIONAL ORDER IN WEIGHTED SPACES OF CONTINUOUS FUNCTIONS**

Summary

In this article, the theorems of existence of solutions of nonlocal Cauchy problems for differential equations of fractional order in weighted spaces with Caputo derivatives are proved. Sufficient conditions for compactness of integral operators operating in the space of real-valued continuous functions on a segment are also obtained.

M. A. KNYAZEV, N. G. BLINKOVA

**RELATION BETWEEN ONE-SOLITON COMPONENTS OF TWO-SOLITON SOLUTION
FOR THE KORTEWEG-DE VRIES EQUATION**

Summary

The system of third-order nonlinear differential equations for components of two-soliton solution of the Korteweg-de Vries equation at $t \rightarrow \pm \infty$ is constructed. The equation describing the relation between these components is derived, and a general solution of this equation is obtained for one special case.

V. V. KISEL, E. M. OVSIYUK, O. V. VEKO, V. M. RED'KOV

**CONTRIBUTION OF GAUGE DEGREES OF FREEDOM
TO THE SPIN 2 FIELD ENERGY-MOMENTUM TENSOR**

Summary

The known result that electromagnetic solutions in the form of the gradient of an arbitrary scalar function make a zero contribution to the energy-momentum tensor is extended to a massless spin 2 field. Within the theory of 30-component first-order equations, it is shown that in Minkowski's space, the generalized gradient-type solutions for a spin 2 field make a contribution to the energy-momentum tensor in the form of a 4-divergence of a third-rank tensor; its contribution therefore vanishes during integration.

*T. A. PAVICH, S. M. ARABEI, R. T. KUZNETSOVA, E. G. MARTIANOVA, Y. V. AKSENOVA,
G. V. MAYER, M. B. BEREZIN, K. N. SOLOVYOV*

**INFLUENCE OF COMPONENT PROPORTIONS OF MICELLAR SOLUTIONS
ON THE SPECTRAL PROPERTIES AND SOLUBILIZATION BY PLURONIC
OF A BORONDIFFLUORIDE DIPYRROMETHENE DERIVATIVE**

Summary

It has been shown by a spectral method that the efficiency of solubilization of a borondifluoride dipyrromethene derivative by Pluronic F-127 in mixed systems depends on the proportions of mass concentrations of the dye and Pluronic in an initial liquid solution. It has been established that the values of the Pluronic F-127 concentration, at which the micelles solubilizing the dye are efficiently formed, exceed 10 % (mass). The analysis of spectral characteristics of the solution of the "dye – Pluronic" adducts has shown that the dye under study exists in the Pluronic micelles in the highest degree of disaggregation manifesting the spectral characteristics of monomeric form.

G. A. PASHKEVICH, P. I. ROPOT, A. S. LAPCHUK, A. A. KRYUCHIN, A. V. PRYGUN

**SPECKLE SUPPRESSION BY A QUASI-SPIRAL 2D DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENT
BASED ON THE BINARY PSEUDORANDOM M-SEQUENCE**

Summary

The method based on suppressing speckle noise by a rotating quasi-spiral 2D diffractive optical element (DEO) created using binary pseudo-random sequences is presented. The unique DOE structure for the case of M -sequence code 15 in length was fabricated. Speckle suppression for green, purple, and red lasers by a factor more than 11.6 and 4, respectively, was obtained. Numerical simulations have shown that strong dispersion of photoresist (DOE structure medium) results in a significant decrease of the efficiency of the method on the borders of the visible range of electromagnetic radiation, and the use of material with anomalous dispersion can significantly improve the parameters of suppression of speckles on the borders of the visible range of wavelengths.

V. A. PILIPOVICH., V. B. ZALESSKY, A. I. KONOIKO, V. M. KRAVCHENKO, T. R. LEONOVA

**HIGH-PERFORMANCE AMPLITUDE MODULATOR OF NON-POLARIZED RADIATION
WITH THE TRANSVERSE ELECTROOPTIC EFFECT**

Summary

This article proposes a method for high-amplitude modulation of non-polarized radiation on the basis of the transverse electrooptic effect. The essence of the method is to minimize the effect of temperature changes in the electro-optical elements due to their parallel location in the insulating housing having high thermal conductivity. An amplitude electro-optic modulator with a cross application of control field KTP crystals made according to the ring scheme is described.

PHASE TRANSFORMATIONS DURING CRYSTALLIZATION OF $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ FROM SIMPLE OXIDES

Summary

The sequence of phase transformations during $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ crystallization by the solid phase method was studied for powders synthesized from the stoichiometric mixture of SrCO_3 , Fe_2O_3 , MoO_3 oxides. It is found that the synthesis of a strontium ferromolybdate solid solution proceeds through a series of parallel chemical reactions. It is revealed that at the beginning stage of interaction, the initially formed $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ powder is enriched with iron. During the annealing process, the composition of strontium ferromolybdate changes and the molybdenum content increases upon further heating. It is shown that in the process of crystallization of double perovskite in the temperature range $T = (300-1420)$ K, there is the following sequence of phase transformations: $\{\text{Fe}_2\text{O}_3, \text{MoO}_3, \text{SrCO}_3\}$ (300 K) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{Fe}_2\text{O}_3, \text{SrCO}_3\}$ (770 K) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{SrFeO}_{3-x}$ (traces), $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}$ (traces) $\}$ (970 K) \rightarrow $\{\text{SrMoO}_4, \text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}\}$ (1170 K) \rightarrow $\{\text{Sr}_2\text{FeMoO}_{6-\delta}\}$ (1420 K).

Yu. V. RADYUSH, N. M. OLEKHNOVICH, A. V. PUSHKAROU

DIELECTRIC PROPERTIES OF $(1-x)(\text{NaBi})_{1/2}\text{TiO}_3-x\text{BiCoO}_3$ PEROVSKITE FERROELECTRIC CERAMIC

Summary

The solid solutions with the rhombohedral distorted perovskite structure of the $(1-x)(\text{NaBi})_{1/2}\text{TiO}_3-x\text{BiCoO}_3$ system ($x < 0.2$) have been prepared by solid state reactions. The unit cell parameters a_H and c_H for these perovskites were found to increase linearly with increasing x . The dielectric properties of the solid solutions undergo a diffuse ferroelectric phase transition at 590–610 K. For compositions with $x < 0.05$, the transition to relaxor state at a temperature below 500 K was observed. At $x > 0.05$ such a transition was not revealed.

A. V. MUDRYI, V. D. ZHIVULKO, A. L. GURSKII, M. V. YAKUSHEV, R. W. MARTIN, W. J. SCHAFF

RADIATION EFFECTS IN THIN HETEROEPITAXIAL INDIUM NITRIDE FILMS UNDER ELECTRON IRRADIATION

Summary

The influence of high energy (6 MeV, fluencies $10^{15}-10^{18}$ cm^{-2}) electron irradiation on the shift of a fundamental absorption edge and on the luminescence properties of thin InN films, which were grown on sapphire substrates by the molecular-beam epitaxy method, has been studied. It is found that electron irradiation increases the electron concentration and optical band gap energy E_g of InN. The increase in the optical band gap energy E_g of irradiated thin InN films is caused by the formation of radiation defects of donor type and by a manifestation of the Burshtein – Moss effect.

V. G. HURTAUVY, A. U. SHELEG, S. N. MUSTAFAEVA, E. M. KERIMOVA

DIELECTRIC PROPERTIES OF Co- AND Yb-DOPED SINGLE CRYSTALS OF TlGaS_2

Summary

Electrical conductivity and dielectric properties of TlGaS_2 , $\text{TlGa}_{0.999}\text{Yb}_{0.001}\text{S}_2$ and $\text{TlGa}_{0.99}\text{Co}_{0.01}\text{S}_2$ single crystals are investigated in the temperature range 150–320 K at the measuring field frequencies of 10^3-10^6 Hz. The values of generalized activation energy of charge carriers in these crystals are determined. It is shown that the absolute values of the characteristics studied increase with temperature. The temperature dependences of the dielectric constant of these crystals have revealed the anomalies in the form of wide peaks, indicating the presence of their structural changes at temperatures $\sim 170-250$ K. The dispersion of the dielectric properties of the single crystals under study is seen: with a frequency growth the dielectric constant values decrease, and electrical conductivity values increase. It is found that the cobalt and ytterbium doping of TlGaS_2 crystals decrease permittivity values and increase electrical conductivity values.

N. A. KIRIENKO, D. I. CHEREMISINOV, L. D. CHEREMISINOVA

OPTIMIZATION OF MULTI-LEVEL REPRESENTATIONS OF LOGIC CIRCUITS TO REDUCE A VLSI CHIP AREA AND POWER CONSUMPTION

Summary

The problem of optimization of multi-level representations of logic circuits taking into account two main characteristics of CMOS circuits (area and average dissipated power value) is developed. The results of a comparative study of two approaches to the construction of multi-level logic circuits design on the base of gates are presented. Such multi-level logic circuits are intended to cover a CMOS library with elements.

P. I. SOBOLEVSKY, S. V. BAKHANOVICH

**PARAMETERIZED TILING: THE DEFINITION OF THE BOUNDARIES
OF LOCAL LOOPS IN PARTIAL TILES**

Summary

The aspects of parameterized tiling in application to algorithms with index domain represented by a convex polyhedron are investigated. The structure of the set of partial tiles is proposed and the formulas to determine this set are constructed. The formula to define the boundaries of local loops in partial tiles is obtained as well. These formulas enable one to minimize the calculation time of local loop boundaries in the implementation of the tiling in sequential and parallel programs.