

ВЕСЦІ НАЦЫЯНАЛЬнай АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК. 2017. № 2

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК. 2017. № 2

Журнал основан в январе 1965 г.

Выходит четыре раза в год

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 392 от 18.05.2009

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь
для опубликования результатов диссертационных исследований,
включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Главный редактор

Сергей Яковлевич Килин – Президиум Национальной академии наук Беларуси

Редакционная коллегия

- Н. М. Олехнович** – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению (*заместитель главного редактора*)
- В. А. Орлович** – Отделение физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси (*заместитель главного редактора*)
- Т. Е. Янчук** – (*ведущий редактор журнала*)
- С. В. Абламейко** – Белорусский государственный университет
- С. М. Абрамов** – Институт программных систем Российской академии наук
- В. М. Анищик** – Белорусский государственный университет
- А. И. Белоус** – Холдинг «ИНТЕГРАЛ»
- И. В. Гайшун** – Институт математики Национальной академии наук Беларуси
- С. В. Гапоненко** – Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований
- А. М. Гончаренко** – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси
- А. П. Достанко** – Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
- Н. А. Изобов** – Институт математики Национальной академии наук Беларуси
- Н. С. Казак** – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси

В. И. Корзюк – Белорусский государственный университет
Ф. П. Коршунов – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению
Ю. А. Курочкин – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси
Н. А. Поклонский – Белорусский государственный университет
С. А. Тихомиров – Отделение физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси
Л. М. Томильчик – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси
А. В. Тузиков – Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси
Ю. С. Харин – Научно-исследовательский институт прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета
А. Ф. Чернявский – Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко Белорусского государственного университета
Л. А. Янович – Институт математики Национальной академии наук Беларуси
В. И. Янчевский – Институт математики Национальной академии наук Беларуси

Редакционный совет

С. Я. Килин – Президиум Национальной академии наук Беларуси (Республика Беларусь)
С. В. Абламейко – Белорусский государственный университет (Республика Беларусь)
Ж. И. Алферов – Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет Российской академии наук (Российская Федерация)
А. Л. Асеев – Президиум Сибирского отделения Российской академии наук (Российская Федерация)
Й. Врахтруп – Институт физики (3) Штутгартского университета (Федеративная Республика Германия)
И. В. Гайшун – Институт математики Национальной академии наук Беларуси (Республика Беларусь)
А. М. Желтиков – Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (Российская Федерация)
В. В. Козлов – Математический институт имени В. А. Стеклова Российской академии наук (Российская Федерация)
Г. Лёйхс – Институт физики света имени М. Планка (Федеративная Республика Германия)
Д. С. Могилевцев – Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (Республика Беларусь)
В. А. Орлович – Отделение физики, математики и информатики Национальной академии наук Беларуси (Республика Беларусь)
А. Цайлингер – Институт квантовой оптики и квантовой информатики Австрийской академии наук (Австрийская Республика)

Адрес редакции:

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, г. Минск, Республика Беларусь.
Тел.: + 375 17 284-19-19; e-mail: fmvesti@mail.ru*

vestifm.belnauka.by

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ.

Серия физико-математических наук. 2017. № 2.

Выходит на русском, белорусском и английском языках

Редактор *Т. Е. Янчук*

Компьютерная верстка *О. Л. Смольской, О. А. Толстой*

Подписано в печать 21.06.2017. Выход в свет 28.06.2017. Формат 60×84^{1/8}. Бумага офсетная.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 70 экз. Заказ 114.

Цена: индивидуальная подписка – 10,34 руб., ведомственная подписка – 25,29 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск, Республика Беларусь

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука»,
Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2017

PROCEEDINGS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

PHYSICS AND MATHEMATICS SERIES, 2017, no. 2

The Journal was founded in January 1965

Periodicity is 4 issues per annum

Founder is the National Academy of Sciences of Belarus

The journal is registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 392

*The Journal is included in The List of Journals for Publication
of the Results of Dissertation Research in the Republic of Belarus
and in the database of Russian Science Citation Index (RSCI)*

Editor-in-Chief

Sergei Kilin – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus

Editorial Board

- N. M. Olekhnovich** – The Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)
- V. A. Orlovich** – Department of Physics, Mathematics and Informatics of the National Academy of Sciences of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)
- T. E. Yanchuk** (*lead editor*)
- S. V. Ablameyko** – Belarusian State University
- S. M. Abramov** – Program Systems Institute of the Russian Academy of Sciences
- V. M. Anishchik** – Belarusian State University
- A. I. Belous** – “INTEGRAL” Holding
- I. V. Gaishun** – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus
- S. V. Gaponenko** – Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research
- A. M. Goncharenko** – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus
- A. P. Dostanko** – Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
- N. A. Izobov** – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus
- N. S. Kazak** – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus
- V. I. Korzyuk** – Belarusian State University
- F. P. Korshunov** – The Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus
- Yu. A. Kurochkin** – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus
- N. A. Poklonskii** – Belarusian State University
- S. A. Tikhomirov** – Department of Physics, Mathematics and Informatics of the National Academy of Sciences of Belarus
- L. M. Tomil'chik** – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus
- A. V. Tuzikov** – United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus

Yu. S. Kharin – Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University
A. F. Chernyavskii – A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University
L. A. Yanovich – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus
V. I. Yanchevskii – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus

Editorial Council

S. Ya. Kilin – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus (Republic of Belarus)
S. V. Ablameyko – Belarusian State University (Republic of Belarus)
Z. I. Alferov – St Petersburg National Research Academic University of the Russian Academy of Sciences (Russian Federation)
A. L. Aseev – Presidium of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Russian Federation)
J. Wrachtrup – Institute of Physics (3) of the University of Stuttgart (Federal Republic of Germany)
I. V. Gaishun – Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus (Republic of Belarus)
A. M. Zheltikov – Lomonosov Moscow State University (Russian Federation)
V. V. Kozlov – Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences (Russian Federation)
G. Leuchs – Max Planck Institute for the Science of Light (Federal Republic of Germany)
D. S. Mogilevcev – B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (Republic of Belarus)
V. A. Orlovich – Department of Physics, Mathematics and Informatics of the National Academy of Sciences of Belarus (Republic of Belarus)
A. Zeilinger – Institute for Quantum Optics and Quantum Information of the Austrian Academy of Sciences (Republic of Austria)

Address of the Editorial Office:

*1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.
Tel.: +375 17 284-19-19; e-mail: fmvesti@mail.ru*

vestifm.belnauka.by

PROCEEDING OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS.

Physics and Mathematics series, 2017, no. 2.

Printed in Russian, Belarusian and English languages

Editor *T. E. Yanchuk*

Computer imposition *O. L. Smolskaya, O. A. Tolstaya*

It is sent of the press 21.06.2017. Appearance 28.06.2017. Format 60×84¹/₈. Offset paper.
The press digital. Printed pages 14,88. Publisher's signatures 16,4. Circulation 70 copies. Order 114.
Price: individual subscription – 10,34 byn., departmental subscription – 25,29 byn.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise "Publishing House "Belaruskaya Navuka".

Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions

No. 1/18 dated August 2, 2013. License for the press no. 02330/455 dated December 30, 2013.

Address: F. Scorina Str., 40, 220141, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE "Publishing House "Belaruskaya Navuka",
Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Янович Л. А., Игнатенко М. В. К теории интерполирования Эрмита – Биркгофа нелинейных обыкновенных дифференциальных операторов	7
Юхимук М. М. Однородная краевая задача Римана с мероморфными коэффициентами для бесконечно связных областей	24
Минченко Л. И., Бережнов Д. Е. О псевдолипшицевости множества решений параметрических задач оптимизации	36
Гальмак А. М., Русаков А. Д. О полиадической операции специального вида	44
Жук Е. Е. Статистическое отнесение реализаций нестационарных временных рядов к заданным трендовым моделям	52
Липницкий В. А., Сергей А. И. О стабилизации количества орбит кэмероновских матриц большого ранга	60

ФИЗИКА

Веко О. В., Овсюк Е. М., Редьков В. М. Нерелятивистская частица Кокса с внутренней структурой в электрическом поле: анализ в пространстве Лобачевского	71
Буганов О. В., Замковец А. Д., Понявина А. Н., Тихомиров С. А., Фам Хон Мынь, Нгуен Тан Бынь, Нгуен Дай Хунг. Спектрально-временная динамика нестационарного поглощения многослойных периодических плазмонных наноструктур	82
Балыкин И. В., Железнякова Т. А., Рыжевич А. А. Изменение мощности световых пучков различных типов при прохождении слоев рассеивающей среды	91

ИНФОРМАТИКА

Поляков А. С. Коррекция ошибок при передаче информации по значениям четности координат бинарной матрицы	101
Левин Г. М., Розин Б. М. Оптимизация выпуска комплектов изделий и интенсивностей их изготовления в условиях случайного спроса	110

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Чумаков Ф. В., Василец С. И. О явном решении одного вида интегрального уравнения Вольтерра на симметричном отрезке с суммарно-разностным ядром	119
---	-----

УЧЕНЫЕ БЕЛАРУСИ

Килин Сергей Яковлевич (К 65-летию со дня рождения)	125
--	-----

CONTENTS**MATHEMATICS**

Yanovich L. A., Ignatenko M. V. To the theory of Hermite – Birkhoff interpolation of nonlinear ordinary differential operators	7
Yukhimuk M. M. Homogeneous Riemann boundary value problem with meromorphic coefficients for infinitely connected domains	24
Minchenko L. I., Berezhnov D. E. Pseudo-lipschitzian continuity of solution mappings in parametrical optimization problems	36
Gal'mak A. M., Rusakov A. D. Polyadic operation of special type	44
Zhuk E. E. Statistical assignment of realizations of non-stationary time series to the fixed trend models	52
Lipnitski V. A., Sergey A. I. On the stabilization of the number of orbits of high-rank Cameron matrices	60

PHYSICS

Veko O. V., Ovsyuk E. M., Red'kov V. M. Cox nonrelativistic particle of intrinsic structure in the electric field: analysis in the Lobachevsky space	71
Buganov O. V., Zamkovets A. D., Ponyavina A. N., Tikhomirov S. A., Pham Hong Minh, Nguyen Thanh Binh, Nguyen Dai Hung. Spectral-temporal dynamics of transient absorption of multilayer periodic plasmonic nanostructures	82
Balykin I. V., Zheleznyakova T. A., Ryzhevich A. A. Power changes in different-type light beams after passing through the layers of different-thickness scattering medium	91

INFORMATICS

Poljakov A. S. Error correction when transmitting information by a parity check of binary matrix coordinates ...	101
Levin G. M., Rozin B. M. Optimizing the output of product batches and intensity of their manufacture under random demand	110

SHORT COMMUNICATIONS

Chymakov F. V., Vasilets S. I. Explicit solution of one-type integral Volterra equation on the symmetric interval with a sum-difference kernel	119
---	-----

SCIENTISTS OF BELARUS

Kilin Sergei Yakovlevich (To the 65th anniversary of the birth).....	125
---	-----

Л. А. Янович¹, М. В. Игнатенко²

¹Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

²Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

К ТЕОРИИ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ЭРМИТА – БИРКГОФА НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Данная статья посвящена задаче построения и исследования обобщенных интерполяционных формул Эрмита – Биркгофа для операторов, заданных на функциональных пространствах. Построение операторных интерполяционных формул основано на интерполяционных полиномах для скалярных функций относительно произвольной чебышевской системы. Приведенные формулы содержат интегралы Стилтеса и дифференциалы Гато интерполируемого оператора и являются инвариантными для операторных многочленов специального класса. Получено явное представление погрешности операторного интерполирования обобщенными многочленами Эрмита – Биркгофа. На основе обобщенных интерполяционных формул Эрмита – Биркгофа построены интерполяционные многочлены для обыкновенных дифференциальных операторов произвольного порядка, заданных в пространстве непрерывно дифференцируемых функций. Рассмотрены также некоторые частные случаи формул Эрмита – Биркгофа такого вида для различных чебышевских систем скалярных функций. Полученные результаты могут быть использованы в теоретических исследованиях как основа построения приближенных методов решения некоторых нелинейных операторных уравнений, встречающихся в нелинейной динамике, математической физике.

Ключевые слова: операторный многочлен, операторное интерполирование, обобщенное интерполирование типа Эрмита – Биркгофа, дифференциальный оператор, дифференциал Гато, интеграл Стилтеса, погрешность интерполяции

L. A. Yanovich¹, M. V. Ignatenko²

¹Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

²Belarusian State University, Minsk, Belarus

TO THE THEORY OF HERMITE – BIRKHOFF INTERPOLATION OF NONLINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL OPERATORS

This article is devoted to the problem of construction and research of generalized interpolation formulas of Hermite – Birkhoff type for operators given on the function spaces. The construction of operator interpolation formulas is based on interpolation polynomials for scalar functions with respect to the arbitrary Chebyshev system of functions. The given formulas contain the Stieltjes integrals and the Gateaux differentials of an interpolated operator and are invariant for the special-class operator polynomials. An explicit representation of the error of the generalized Hermite – Birkhoff operator interpolation is obtained. On the basis of the generalized interpolation Hermite – Birkhoff formulas the interpolation polynomials for ordinary differential operators of arbitrary order given in the space of continuously differentiable functions are constructed. Some special cases of the Hermite – Birkhoff formulas of this type for various Chebyshev systems of scalar functions are also considered. The obtained results can be used in theoretical research as a basis for constructing approximate methods of solving some nonlinear operator equations that occur in nonlinear dynamics, mathematical physics.

Keywords: operator polynomial, operator interpolation, generalized Hermite – Birkhoff-type interpolation, differential operator, differential of Gateaux, integral of Stieltjes, interpolation error

М. М. Юхимук

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

ОДНОРОДНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА РИМАНА С МЕРОМОРФНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНО СВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

В исследованиях эффективных свойств двумерных композиционных материалов наиболее изученным является случай материалов с периодической микроструктурой. Это связано с возможностью представления решений соответствующих краевых задач через значения некоторых эллиптических функций. В данной работе рассматривается однородная краевая задача Римана для бесконечно связных областей и мероморфных коэффициентов. В замкнутой форме дается решение задачи в классе кусочно-аналитических функций, допускающих мероморфное продолжение на всю комплексную плоскость. Как частный случай решается вопрос существования и единственности двоякопериодических решений задачи с эллиптическим коэффициентом. Приводится пример задачи, имеющей единственное, с точностью до произвольного числового множителя, решение, и пример задачи, решение которой зависит от произвольных независимых параметров. Полученные результаты могут служить базой для исследования случая, когда коэффициенты задачи являются различными для каждого из контуров, а также при решении неоднородной задачи Римана с мероморфными коэффициентами и свободными членами в бесконечно связных областях.

Ключевые слова: краевая задача Римана, мероморфный коэффициент, бесконечно связная область, эллиптические функции

M. M. Yukhimuk

Brest State Technical University, Brest, Belarus

HOMOGENEOUS RIEMANN BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH MEROMORPHIC COEFFICIENTS FOR INFINITELY CONNECTED DOMAINS

Homogeneous Riemann boundary value problem with meromorphic coefficients for infinitely connected domains is considered. In the closed form the problem is solved in the class of piece-wise analytic functions, possessing meromorphic continuation to the whole complex plane. Special attention is paid to the existence of doubly periodic solutions to the problem with elliptic coefficients. The example of the problem having a unique solution up to an arbitrary constant multiplier is presented, as well as of the problem with a solution depending on a number of arbitrary parameters. The obtained results can be used for solving of an inhomogeneous Riemann boundary value problem with meromorphic coefficients in an infinitely connected domain in the general statement.

Keywords: Riemann boundary value problem, meromorphic coefficient, infinitely connected domain, elliptic functions

Л. И. Минченко, Д. Е. Бережнов

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

О ПСЕВДОЛИПШИЦЕВОСТИ МНОЖЕСТВА РЕШЕНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Исследование свойств множества решений параметрических задач оптимизации представляет собой достаточно актуальную проблему. Значительные усилия направлены, в частности, на поиск условий различных типов обобщенной липшицевости множества решений, в частности условий их устойчивости (calmness) и псевдолипшицевости (Aubin property) [1]. Новый интересный подход к исследованию устойчивости множества решений предложен в работе М. Кановас и др. [2] в случае параметрической задачи линейного программирования и распространен Д. Клатте и Б. Куммером [3] на существенно более широкий круг задач. В данном подходе устойчивость множества решений связывается с устойчивостью некоторой ассоциированной системы, представляющей ограничение множества уровня целевой функции на множестве допустимых точек задачи. В настоящей статье предлагается расширить применение подхода [3] на исследование псевдолипшицевости множества решений; представлены некоторые достаточные условия псевдолипшицевости множества решений, а также обобщение леммы Хоффмана.

Ключевые слова: нелинейное программирование, множество решений, устойчивость, псевдолипшицевость

L. I. Minchenko, D. E. Berezhnov

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

PSEUDO-LIPSCHITZIAN CONTINUITY OF SOLUTION MAPPINGS IN PARAMETRICAL OPTIMIZATION PROBLEMS

The study of the properties of solution mappings in parametrical optimization problems represents an urgent problem. Particularly, considerable efforts are directed to finding the conditions of different types of generalized Lipschitzian continuity of solution mappings, namely their calmness and pseudo-Lipschitzian continuity (also referred to as the Aubin property) [1]. A new interesting approach to investigating the calmness of solution mappings has recently been proposed by Canovas et al. [2] for parametrical linear programming problems and applied to a much wider range of problems by Klatte and Kummer [3]. In this approach, the calmness of solution mappings is related to the calmness of an associated system representing a constraint on the level set of the objective function on the domain of the problem. In our note, we propose to expand the use of the approach [3] for investigating the pseudo-Lipschitzian continuity of solution mappings. Several sufficient conditions for the pseudo-Lipschitzian continuity of solution mappings, as well as the generalization of the Hoffman lemma are presented.

Keywords: nonlinear programming, solution mapping, calmness, pseudo-Lipschitzian continuity

А. М. Гальмак¹, А. Д. Русаков²

¹*Могилевский государственный университет продовольствия, Могилев, Беларусь*

²*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь*

О ПОЛИАДИЧЕСКОЙ ОПЕРАЦИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

В статье продолжается изучение полиадической операции $\eta_{s, \sigma, k}$, которая была определена ранее на декартовой степени A^k n -арного группоида $\langle A, \eta \rangle$ с помощью подстановки $\sigma \in S_k$ и n -арной операции η . Частным случаем полиадической операции $\eta_{s, \sigma, k}$ является l -арная операция $[\]_{l, \sigma, k}$, которую один из авторов определил для любых целых $k \geq 2$, $l \geq 2$ и любой подстановки σ множества $\{1, \dots, k\}$ на k -й декартовой степени A^k полугруппы A . В свою очередь, частными случаями l -арной операции $[\]_{l, \sigma, k}$ являются две полиадические операции Э. Поста, одну из которых он определил на декартовой степени симметрической группы, вторую – на декартовой степени полной линейной группы над полем комплексных чисел. В статье приведены новые результаты об операции $\eta_{s, \sigma, k}$. В частности, получено новое доказательство ассоциативности этой полиадической операции.

Ключевые слова: полиадическая операция, ассоциативность, подстановка, группоид, полугруппа

A. M. Gal'mak¹, A. D. Rusakov²

¹Mogilev State University of Food Technologies, Mogilev, Belarus

²Francisk Scorina Gomel State University, Gomel, Belarus

POLYADIC OPERATION OF SPECIAL TYPE

In the article the authors continue to study the polyadic operation $\eta_{s, \sigma, k}$ that was earlier defined at the Cartesian power A^k of the n th groupoid $\langle A, \eta \rangle$ by the substitution of $\sigma \in S_k$ and the n th operation η . The special case of the polyadic operation $\eta_{s, \sigma, k}$ is the l th operation $[]_{l, \sigma, k}$ that is defined by one of the authors for any integer $k \geq 2$, $l \geq 2$ and for any substitution of the σ set $\{1, \dots, k\}$ at the Cartesian power A^k of the semigroup A . In turn, the special case of the l th operation $[]_{l, \sigma, k}$ consists of two polyadic operations by E. Post, one of which he defined at the Cartesian power of the symmetric group and the second – at the Cartesian power of the general linear group over the field of complex numbers. The properties of the operations $\eta_{s, \sigma, k}$ are studied in the article. In particular, a new proof of the associativity of the polyadic operation $\eta_{s, \sigma, k}$ was obtained.

Keywords: polyadic operation, associativity, substitution, groupoid, semi-group

Е. Е. Жук

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОТНЕСЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ К ЗАДАНЫМ ТРЕНДОВЫМ МОДЕЛЯМ

Исследуется проблема статистического отнесения реализаций нестационарных временных рядов к заданным трендовым моделям. Предлагается использовать решающее правило в пространстве коэффициентов трендов, определенных в одном и том же ортогональном базисе. В качестве меры эффективности принимаемых решений аналитически вычислен риск (вероятность ошибочно определить ближайший к реализации тренд). Как пример рассмотрен случай двух альтернативных трендов.

Ключевые слова: нестационарный временной ряд, трендовая модель, реализация, решающее правило, риск

Е. Е. Zhuk

Belarusian State University, Minsk, Belarus

STATISTICAL ASSIGNMENT OF REALIZATIONS OF NON-STATIONARY TIME SERIES TO THE FIXED TREND MODELS

The problem of statistical assignment of realizations of non-stationary time series to the fixed trend models is investigated. The decision rule in a space of trend coefficients determined on the same orthogonal basis is proposed and its efficiency is analytically studied. As an example the case of two alternative trends is studied.

Keywords: non-stationary time series, trend model, realization, decision rule, risk

В. А. Липницкий¹, А. И. Сергей²

¹Военная академия Республики Беларусь, Минск, Беларусь

²Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

О СТАБИЛИЗАЦИИ КОЛИЧЕСТВА ОРБИТ КЭМЕРОНОВСКИХ МАТРИЦ БОЛЬШОГО РАНГА

Назовем квадратную (0,1)-матрицу порядка n , среди элементов которой ровно n единиц, кэмероновской матрицей. Рассматриваются орбиты естественного действия группы $S_n \times S_n$ (квадрат симметрической группы степени n) на множестве кэмероновских матриц порядка n (независимое действие на строках и столбцах матриц). Установлено, что для фиксированного $d < n$ число таких орбит для матриц ранга $n - d$ постоянно при $n \geq 3d$ и растет с ростом n при $n < 3d$. Для каждой орбиты указан ее представитель в квазитордановой форме.

Ключевые слова: бинарная матрица, класс эквивалентности, орбита, двудольный граф, компонента связности

V. A. Lipnitski¹, A. I. Sergey²

¹Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus

²Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno, Belarus

ON THE STABILIZATION OF THE NUMBER OF ORBITS OF HIGH-RANK CAMERON MATRICES

A quadratic (0,1)-matrix of degree n with just n units among its elements will be called a Cameron matrix. The orbits of the natural action of the group $S_n \times S_n$ (the square of the symmetric group of degree n) on the set of Cameron matrices of degree n (an independent action on the rows and the columns of matrices) are considered. It is proved that for fixed $d < n$, the number of such orbits for matrices of rank $n - d$ is constant for $n \geq 3d$ and grows with the growth of n if $n < 3d$. For each orbit, its representative in a quasi-Jordan form is indicated.

Keywords: binary matrix, equivalence class, orbit, bipartite graph, connected component

О. В. Веко¹, Е. М. Овсюк², В. М. Редьков¹

¹Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

²Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Беларусь

НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЧАСТИЦА КОКСА С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ: АНАЛИЗ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

Обобщенное нерелятивистское уравнение Шредингера для скалярной частицы Кокса с внутренней структурой исследовано в присутствии электрического поля на фоне пространства Лобачевского. Проведено разделение переменных. Уравнение, описывающее движение частицы вдоль оси z оказывается существенно более сложным, чем при рассмотрении частицы Кокса в пространстве Минковского. Оно приводится к уравнению с двумя регулярными особыми точками и одной нерегулярной ранга 2, т. е. к конфлюэнтному уравнению Гойна. Физическим бесконечностям $z \pm \infty$ соответствуют соседние особые точки построенного уравнения. Решения найдены в виде степенных рядов, сходимость которых исследована методом Пуанкаре – Перрона. Ряды сходятся во всей физической области переменной $z \in (-\infty, +\infty)$.

Ключевые слова: уравнение Шредингера, спин 0, внутренняя структура частицы Кокса, пространство Лобачевского, электрическое поле, разделение переменных, точные решения, вырожденное уравнение Гойна

O. V. Veko¹, E. M. Ovsyuk², V. M. Red'kov¹

¹*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

²*Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Belarus*

COX NONRELATIVISTIC PARTICLE OF INTRINSIC STRUCTURE IN THE ELECTRIC FIELD: ANALYSIS IN THE LOBACHEVSKY SPACE

The generalized Schrödinger equation for the Cox scalar particle is studied in the presence of the electric field on the background of the Lobachevsky space. Separation of variables is performed. The equation describing the motion along the z axis turns out to be much more complicated than that for the Cox particle in the Minkowski space. It is reduced to the second-order differential equation with two regular singularities and one irregular singularity of rank 2 that is identified as the confluent Heun equation. The nearby singular points of the derived equation correspond to the physical domains $z \pm \infty$. The solutions of the equation are constructed with the help of the power series. The series convergence is examined by the Poincaré – Perrone method. These series converge in the whole physical domain $z \in (-\infty, +\infty)$.

Keywords: Schrödinger equation, spin zero, intrinsic structure of the Cox particle, Lobachevsky space, electric field, separation of variables, exact solutions, confluent Heun equation

**О. В. Буганов¹, А. Д. Замковец¹, А. Н. Понявина¹, С. А. Тихомиров¹,
Фам Хон Мынь², Нгуен Тан Бынь², Нгуен Дай Хунг²**

¹Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

²Институт физики Вьетнамской академии наук и технологий, Ханой, Вьетнам

СПЕКТРАЛЬНО-ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПЛАЗМОННЫХ НАНОСТРУКТУР

Изучены особенности наведенных изменений в спектрах оптической плотности многослойных наноструктур Ag-Na₃AlF₆ при их возбуждении фемтосекундными лазерными импульсами в полосе плазмонного поверхностного резонанса поглощения (ППРП). Зарегистрирована зависимость амплитуды наведенных изменений в области ППРП от толщины диэлектрических пленок Na₃AlF₆, разделяющих монослои наночастиц серебра. Обнаружено существенное увеличение амплитуды оптического отклика (до 80 %) для наноструктуры с четвертьволновыми прослойками Na₃AlF₆. Характеристические времена релаксации наводимых изменений при энергиях возбуждения 5–10 мкДж для наноструктур с различной толщиной диэлектрических прослоек Na₃AlF₆ практически не изменяются, составляют ~2 пс и совпадают с временными параметрами кинетического отклика, характерными для используемого монослоя наночастиц Ag.

Ключевые слова: ультракороткие лазерные импульсы, динамика электронных возбуждений, плотноупакованные наноструктуры, поверхностный плазмонный резонанс

**O. V. Buganov¹, A. D. Zamkovets¹, A. N. Ponyavina¹, S. A. Tikhomirov¹,
Pham Hong Minh², Nguyen Thanh Binh², Nguyen Dai Hung²**

¹*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

²*Institute of Physics, Vietnam Academy of Science and Technology, Hanoi, Vietnam*

SPECTRAL-TEMPORAL DYNAMICS OF TRANSIENT ABSORPTION OF MULTILAYER PERIODIC PLASMONIC NANOSTRUCTURES

The features of the induced changes in the optical density spectra of multilayer Ag-Na₃AlF₆ nanostructures under a femtosecond laser pulses excitation in the band of surface plasmonic resonance of absorption (SPRA) were studied. The dependence of the amplitude of the induced changes on the thickness of the dielectric Na₃AlF₆ films separating the monolayers of silver nanoparticles was registered. A significant increase of the optical response amplitude (up to 80 %) was found for the nanostructures with the quarter-wavelength Na₃AlF₆ interlayers. For nanostructures with different-thickness dielectric Na₃AlF₆ interlayers the characteristic relaxation times of induced changes at an excitation energy of 5–10 μJ do not practically vary, are equal to ~2 ps and coincide with the kinetic response time parameters of the used silver nanoparticle monolayers.

Keywords: ultrashort laser pulses, dynamics of electronic excitations, densely packed nanostructures, surface plasmonic absorption resonance.

И. В. Балыкин^{1,2}, Т. А. Железнякова^{1,2}, А. А. Рыжевич¹

¹*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

²*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*

ИЗМЕНЕНИЕ МОЩНОСТИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ СЛОЕВ РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Лазерное излучение широко используется для оптической диагностики различных рассеивающих сред. В подавляющем большинстве случаев для этих целей применяются лазерные пучки, имеющие гауссов профиль. В то же время световые пучки других типов имеют ряд особенностей, с помощью которых можно получить дополнительную информацию об исследуемых объектах. В данном контексте актуальной является задача выявления проникающей способности световых пучков различных типов в рассеивающей среде с целью их последующего применения для неразрушающего контроля различных объектов, в том числе биотканей. В настоящей работе проведен сравнительный анализ четырех различных конфигураций лазерных световых пучков: гауссова, лагерр-гауссова и бесселевых световых пучков нулевого и первого порядков в отношении сохраненной ими мощности после прохождения слоя рассеивающей среды. Для формирования световых пучков применялся гелий-неоновый лазер, излучающий на длине волны 0,633 мкм, и модульная оптическая схема, позволяющая изменять профиль светового пучка путем включения/исключения из светового тракта соответствующих модулей. В качестве рассеивающей среды использовались плоскопараллельные слои полупрозрачной силиконовой резины различных толщин в диапазоне от 0,17 до 6,61 мм. По результатам экспериментальных измерений построены аппроксимирующие кривые для зависимости мощности прошедших через слой рассеивающей среды световых пучков четырех типов от толщины слоя вида $I = \exp(-Dx)$, где D – показатель ослабления, I – суммарная мощность пучка, x – толщина слоя. Рассчитаны значения коэффициента D для разных типов пучков. Значения D мало (в пределах стандартной ошибки) отличаются для разных типов пучков, из чего следует, что тип пучка в данной конфигурации оптической схемы практически не влияет на его проникающие свойства и суммарную энергию света, прошедшего через слой рассеивающего материала.

Ключевые слова: гауссов световой пучок, лагерр-гауссов световой пучок, бесселев световой пучок нулевого порядка, бесселев световой пучок первого порядка, рассеивающая среда

I. V. Balykin^{1,2}, T. A. Zheleznyakova^{1,2}, A. A. Ryzhevich¹

¹*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

²*Belarusian State University, Minsk, Belarus*

POWER CHANGES IN DIFFERENT-TYPE LIGHT BEAMS AFTER PASSING THROUGH THE LAYERS OF DIFFERENT-THICKNESS SCATTERING MEDIUM

Laser radiation is extensively used for optical diagnostics of various scattering media. In most cases, laser beams having a Gaussian profile are applied for this task. At the same time, other-type light beams have some features that can be used to obtain additional information about investigated objects. In this context, a relevant task is to reveal the penetrability of different-type light beams in a scattering medium with their subsequent application for the nondestructive testing of various objects, including biological tissues. In this article, a comparative analysis is carried out for four different configurations of laser light beams (Gaussian, Laguerre-Gaussian, and zero- and first-order Bessel light beams) in relation to the power stored by them after passing through a scattering medium layer. To form the light beams we used helium-neon laser emitting at a wavelength of 0.633 micrometers, and a modular optical system. This system makes it possible to change the light beam profile by the inclusion / exclusion of the corresponding modules from the light path. As the scattering medium we used plane-parallel layers of semi-transparent silastic with the thickness ranging from 0.17 to 6.61 mm. It is investigated experimentally how the power of the light beam passing through the scattering medium layer depends on the layer thickness. According to the obtained results, the approximating curves are plotted in the form $I = \exp(-Dx)$ where D is the attenuation coefficient, I is the total power of the beam, x is the layer thickness. The values of the coefficient D for different-type beams are calculated. The D values for different-type beams scarcely differ (within the standard error) from each other. It means that the beam type in the optical system configuration has almost no effect on the penetration properties of the light beam, and on the total energy of the light passing through the scattering medium layer.

Keywords: Gaussian light beam, Laguerre-Gaussian light beam, zero- and first-order Bessel light beam, first-order Bessel light beam, scattering media

A. S. Poljakov

United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

ERROR CORRECTION WHEN TRANSMITTING INFORMATION BY A PARITY CHECK OF BINARY MATRIX COORDINATES

A method is offered for detecting and correcting the errors of information transmitted over communication channels based on the use of well-known in the theory of communication "parity coordinate" of a binary matrix which is the content of the message being transmitted. The parity is commonly used in two coordinates: rows and columns of the matrix. In contrast to the well-established practice of considering only two coordinates, it is proposed to do the error correction on the basis of an extended set of coordinates of matrix elements, among which are rows, columns, as well as main and auxiliary diagonals. Troubleshooting is made by generating a set of possible addresses of erroneous elements and a subsequent analysis of this set to avoid false addresses (non-existent) errors. This takes into account the four coordinates of binary matrix elements, which allows a low cost and fast detection of single, double, and group errors. The effectiveness of the method becomes higher with increase in the ratio "number of columns / rows number" of a binary matrix.

Keywords: binary matrix, diagonal, errors, error coordinates, coordinate parity, main diagonals of the matrix, auxiliary diagonals of the matrix

А. С. Поляков

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Беларусь*

КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ИНФОРМАЦИИ ПО ЗНАЧЕНИЯМ ЧЕТНОСТИ КООРДИНАТ БИНАРНОЙ МАТРИЦЫ

Предлагаемый способ обнаружения и исправления ошибок в передаваемой по каналам связи информации основан на использовании хорошо известного в теории связи критерия «четность координат бинарной матрицы», которая представляет собой содержание передаваемого сообщения. Обычно используется четность по двум координатам: строкам и столбцам матрицы. В настоящей работе, в отличие от устоявшегося на практике учета только двух координат, коррекция ошибок производится на основе расширенного множества координат элементов бинарной матрицы, к которым относятся строки, столбцы, главные и вспомогательные диагонали матрицы. Поиск ошибок выполняется путем формирования множества вероятных адресов ошибочных элементов на основе списков номеров ошибочных координат и последующего анализа этого множества с целью исключения адресов ложных (несуществующих) ошибок. При этом учитываются все четыре координаты элементов бинарной матрицы, что позволяет с небольшими затратами быстро обнаруживать одиночные, двойные и групповые ошибки. Эффективность способа повышается с увеличением отношения «число столбцов / число строк» бинарной матрицы.

Ключевые слова: бинарная матрица, диагонали, ошибки, координаты ошибок, четность координат, главные диагонали матрицы, вспомогательные диагонали матрицы

Г. М. Левин, Б. М. Розин

Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫПУСКА КОМПЛЕКТОВ ИЗДЕЛИЙ И ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ИХ ИЗГОТОВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОГО СПРОСА

Рассматривается задача оптимизации на ряде временных интервалов программы выпуска производственной линией комплектов изделий нескольких наименований и интенсивностей их изготовления. Линия состоит из ряда линейно упорядоченных рабочих позиций без буферов. Заготовки из входной последовательности, состоящей из циклически повторяющихся идентичных подпоследовательностей (комплектов), обрабатываются последовательно одна за другой на каждой рабочей позиции линии в порядке их расположения, и в каждый момент времени на каждой позиции обрабатывается только одна заготовка. Работа линии состоит из тактов одновременной обработки на всех позициях всех расположенных на них заготовок соответствующими позициям и заготовкам наборами инструментов. Состав комплекта не изменяется от интервала к интервалу. Диапазоны возможных величин спроса на каждое изделие комплекта и распределение вероятностей спроса в этих диапазонах считаются известными для каждого временного интервала. В качестве целевой функции используется сумма производственных затрат, затрат на хранение невостребованных изделий и/или штрафов за неудовлетворенный спрос на них. Производственные затраты зависят от принимаемой интенсивности обработки и возрастают с увеличением количества комплектов, выпускаемых в текущем интервале. Затраты на хранение невостребованных изделий каждого наименования, а также штрафы за непоставленные заказчиком изделия не убывают с ростом числа таких изделий. Предложен двухуровневый декомпозиционный метод решения задачи, основанный на идеях многошаговой оптимизации.

Ключевые слова: комплект изделий, размер партии, интенсивность обработки, случайный спрос, минимизация затрат, декомпозиционный метод

G. M. Levin, B. M. Rozin

United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

OPTIMIZING THE OUTPUT OF PRODUCT BATCHES AND INTENSITY OF THEIR MANUFACTURE UNDER RANDOM DEMAND

The problem of optimizing the output of multi-product batch and the intensities of its items manufacture in the production line over a number of time intervals is considered. The line has a linearly ordered multiple positions without buffers. Workpieces of the input sequence composed of cyclically repeated identical subsequences (batches) are processed consecutively one by one in each working position in the order of their location in the line. Only a single workpiece is disposed in each position at each time point. The operation of the line consists of takts of simultaneous processing of all workpieces located in respective positions by the sets of tools corresponding to workpieces and positions. The composition of a batch does not vary from interval to interval. The ranges of possible demand quantities for each product and the probability distribution of the demand in these ranges are assumed known for each time interval. The sum of manufacturing cost, costs of storage and/or penalties for unmet demand on products is used as objective function. Manufacturing cost depends on processing intensities to be defined and increases with an increase in the number of batches produced in the current interval. Storage cost of unclaimed product units as well as penalty for product units not supplied to the customer do not decrease with the increase of number of such units. A two-level decomposition method for solving the problem based on the ideas of multi-step optimization is proposed.

Keywords: batch of products, lot size, processing intensity, random demand, cost minimization, decomposition method

Ф. В. Чумаков¹, С. И. Василец²

¹Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

²Белорусский государственный педагогический университет им. Максима Танка, Минск, Беларусь

О ЯВНОМ РЕШЕНИИ ОДНОГО ВИДА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА НА СИММЕТРИЧНОМ ОТРЕЗКЕ С СУММАРНО-РАЗНОСТНЫМ ЯДРОМ

Многие задачи теории и практики сводятся к решению интегральных уравнений первого рода со «слабым» ядром, т. е. с ядром, обращающимся в бесконечность интегрируемого порядка при совпадении аргументов. Успех исследования таких задач часто зависит от решения соответствующего задаче уравнения в явной форме. В некоторых случаях удается получить такое решение. В данной статье рассматривается на симметричном отрезке уравнение первого рода с ядром, представляющим квадратный корень из дробно-линейной функции. Учитывая симметрию задания уравнения, удается свести его к равносильной системе двух уравнений, каждое из которых сводится к решению уравнения Абеля и его обобщений. Решение выписывается в явной форме и приводятся примеры.

Ключевые слова: интегральное уравнение первого рода, уравнение типа Вольтерра, дробно-линейная функция, явная форма решения уравнения, класс решений, симметрия, уравнение Абеля

F. V. Chymakov¹, S. I. Vasilets²

¹Belarusian State University, Minsk, Belarus

²Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank, Minsk, Belarus

EXPLICIT SOLUTION OF ONE-TYPE INTEGRAL VOLTERRA EQUATION ON THE SYMMETRIC INTERVAL WITH A SUM-DIFFERENCE KERNEL

Many problems in the theory and practice are reduced to solving the first-kind integral equations with a “weak” kernel, i. e. the kernel goes to the infinity of integrable order when arguments are matching. The success of investigation of such problems often depends on the solution of the explicit equation corresponding to the problem. In some cases, it is possible to get such a solution. In our case, we consider the first-kind equation with a kernel, which represents the square root of a fractional-linear function, on a symmetric interval. Given the equation symmetry, this equation can be reduced to an equivalent two-equation system, each of which is reduced to the Abel equation solution and its generalizations. The solution is written in explicit form. The examples are presented.

Keywords: first-kind integral equation, Volterra equation, fractional-linear function, explicit equation solution, solutions class, symmetry, Abel equation