

ВЕСЦІ

НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК 2016 № 2

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК 2016 № 2

ЗАСНАВАЛЬНІК – НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

Часопіс выдаецца са студзеня 1965 г.

Выходзіць чатыры разы ў год

ЗМЕСТ

МАТЭМАТЫКА

Гайшун І. В., Горячкин В. В. Робастная и интервальная наблюдаемость двухпараметрических дискретных систем с интервальными коэффициентами	6
Чумаков Ф. В., Василец С. И. Об одном интегральном уравнении первого рода с полярно-логарифмическим ядром	10
Янович Л. А., Гуло И. Н. Вычисление моментов случайных процессов, задаваемых тригонометрическими функциями от броуновского движения	16
Корзюк В. И., Пузырный С. И. Классическое решение смешанных задач для одномерного волнового уравнения с негладкими условиями Коши	22
Янчевский В. И. Группы Уайтхеда, приведенные нормы и цикличность специальных алгебр Адзумаи	32
Харин Ю. С., Палуха В. Ю. Статистические оценки энтропии Реньи и Тсаллиса и их использование для проверки гипотез о «чистой случайности»	37

ФІЗІКА

Веко О. В., Войнова Я. А., Овсюк Е. М. Частица со спином 1/2 и аномальным магнитным моментом в кулоновском поле	48
Савастенко Н. А., Филатова И. И., Люшкевич В. А., Чубрик Н. И., Габдуллин М. Т., Рамазанов Т. С., Абдуллин Х. А., Калкозова В. А. Оптические и структурные свойства фотокатализаторов на основе ZnO	57

Левчук Е. А., Макаренко Л. Ф. Влияние магнитного поля на локализацию волновой функции электрона в системе нанозатвор–донор	68
Батище С. А., Бушук С. Б., Кузьмук А. А., Савич А. В., Татур Г. А., Грабнер Г., Котэк В. Оценка эффективного коэффициента поглощения роговицы глаза на длине волны 213 нм из абляционных измерений.....	76
Апанасевич П. А., Дашкевич В. И., Тимофеева Г. И. Сравнение лучевых нагрузок на торцы нелинейных кристаллов в ПГС с кольцевым резонатором	80

ІНФАРМАТЫКА

Соболевский П. И., Баханович С. В. Двухуровневый тайлинг и его применение при пространственно-временном отображении алгоритмов на параллельные архитектуры.....	85
Черемисинова Л. Д. Модели и алгоритмы оценивания среднего значения мощности, потребляемой последовательностными КМОП-схемами.....	98
Сергеев Р. С., Ковалев И. С. Поиск мутаций в геномных последовательностях <i>M. tuberculosis</i> , связанных с лекарственной устойчивостью	109

КАРОТКІЯ ПАВЕДАМЛЕННІ

Зверович Э. И. Два обобщения полигамма-функций.....	115
--	-----

ВУЧОНЫЯ БЕЛАРУСІ

Буракоў Віктар Сямёнавіч (Да 85-годдзя з дня нараджэння).....	119
Томильчик Лев Митрофанович (К 85-летию со дня рождения).....	123
Правила для авторов.	126

ІЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ 2016 № 2

Серия физико-математических наук

На русском, белорусском и английском языках

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 392 от 18.05.2009

Камп'ютарная вёрстка *В. А. Тоўстай*

Здадзена ў набор 01.06.2016. Падпісана да друку 20.06.2016. Выход у свет 24.06.2016. Фармац 60×84¹/₈.

Папера афсетная. Друк лічбавы. Ум. друк. арк. 14,88. Ул.-выд. арк. 16,4. Тыраж 70 экз. Заказ 127.

Кошт нумару: індывідуальная падпіска – 102 900 руб.; ведамасная падпіска – 252 168 руб.

Выдавец і паліграфічнае выкананне:

Рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Выдавецкі дом «Беларуская навука». Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/18 ад 02.08.2013.

ЛП 02330/455 ад 30.12.2013. Вул. Ф. Скарыны, 40, 220141, г. Мінск.

© Выдавецкі дом «Беларуская навука».
Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2016

PROCEEDINGS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

PHYSIC AND MATHEMATICS SERIES 2016 N 2

FOUNDED IS THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

The Journal has been published since January 1965

Issued four times a year

CONTENTS

MATHEMATICS

Gaishun I. V., Goryachkin V. V. Robust and interval observability of two-dimensional discrete systems with interval coefficients.....	6
Chymakov F. V., Vasilets S. I. First-kind integral equation with polar-logarithmic kernel	10
Yanovich L. A., Gulo I. N. Calculation of moments of stochastic processes defined by trigonometric functions of Brownian motion.....	16
Korzyuk V. I., Puzyrnyi S. I. Classical solution of mixed problems for the one-dimensional wave equation with Cauchy nonsmooth conditions.....	22
Yanchevskii V. I. Whitehead groups, reduced norms and cyclicity of some special Azumaya algebras.....	32
Kharin Yu. S., Palukha U. Yu. Statistical estimates of Renyi and Tsallis entropy and their use for testing the hypotheses of “pure randomness”.....	37

PHYSICS

Veko O. V., Voynova Y. A., Ovsyuk E. M. Spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment in the Coulomb field.....	48
Savastenko N. A., Filatova I. I., Lyushkevich V. A., Chubrik N. I., Gabdullin M. T., Ramasanov T. S., Abdullin Kh. A., Kalkosova V. A. Optical and structural properties of ZnO-based photocatalysts	57
Levchuk E. A., Makarenko L. F. Effect of a magnetic field on the electron wave function relocation in the nanogate – donor system	68
Batishche S. A., Bushuk S. B., Kouzmouk A. A., Savitch A. V., Tatur H. A., Grabner G., Kautek W. Estimation of cornea effective absorption coefficient at 213 nm from ablation measurements	76
Apanasevic P. A., Dashkevich V. I., Timofeeva G. I. Comparison of beam loads on end face of nonlinear crystals in ring cavity opo.....	80

INFORMATICS

Sobolevsky P. I., Bakhanovich S. V. Two-level tiling and its application in the space-time mapping of algorithms onto parallel architectures.....	85
Cheremisinova L. D. Models and algorithms for estimation of average power consumed by sequential CMOS circuits.....	98
Sergeev R. S., Kavaliou I. S. Search for drug-resistance mutations in <i>M. tuberculosis</i> genome sequences.....	109

SHORT NOTES

Zverovich E. I. Two generalizations of polygamma-functions	115
---	-----

SCIENTISTS OF BELARUS

Burakov Viktor Semenovich (85th anniversary of the birth).....	119
Tomilchik Lev Mitrofanovich (85th anniversary of the birth).....	123
Instructions for Authors	126

И. В. ГАЙШУН¹, В. В. ГОРЯЧКИН²

РОБАСТНАЯ И ИНТЕРВАЛЬНАЯ НАБЛЮДАЕМОСТЬ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

¹*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: gaishun@im.bas-net.by*

²*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: gorvv@bsu.by*

Для некоторых классов интервальных дискретных двухпараметрических систем установлены условия робастной и интервальной наблюдаемости

Ключевые слова: двухпараметрическая дискретная система, интервальный анализ, робастная наблюдаемость, интервальная наблюдаемость.

I. V. GAISHUN¹, V. V. GORYACHKIN²

ROBUST AND INTERVAL OBSERVABILITY OF TWO-DIMENSIONAL DISCRETE SYSTEMS WITH INTERVAL COEFFICIENTS

¹*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
e-mail: gaishun@im.bas-net.by*

²*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: gorvv@bsu.by*

For some classes of interval discrete two-dimensional systems conditions of robust and interval observability are established

Keywords: two-dimensional discrete system, interval analysis, robust observability, interval observability.

Л. А. ЯНОВИЧ¹, И. Н. ГУЛО²

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТОВ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ, ЗАДАВАЕМЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОТ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ

¹*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: yanovich@im.bas-net.by*

²*Белорусский государственный педагогический университет им. Максима Танка, Минск, Беларусь,
e-mail: gulo_irina@mail.ru*

Для случайных процессов, задаваемых как функционал от квадратичного многочлена броуновского движения, были предложены некоторые аппроксимации. Проведен вычислительный эксперимент для нахождения погрешностей математических ожиданий для случая тригонометрических функций.

Ключевые слова: квадратурные формулы, случайные процессы, стандартный винеровский процесс, математическое ожидание, моменты случайных процессов.

L. A. YANOVICH¹, I. N. GULO²

CALCULATION OF MOMENTS OF STOCHASTIC PROCESSES DEFINED BY TRIGONOMETRIC FUNCTIONS OF BROWNIAN MOTION

¹*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: yanovich@im.bas-net.by*

²*Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank, Minsk, Belarus,
e-mail: gulo_irina@mail.ru*

Some approximations for stochastic processes defined as a functional of quadratic polynomials of Brownian motion were proposed. For finding errors of the mathematical expectations in the case of trigonometric functions, computational experiment was conducted.

Keywords: quadrature formulas, stochastic processes, standard Wiener process, mathematical expectation, moments of random processes.

В. И. КОРЗЮК^{1,2}, С. И. ПУЗЫРНЫЙ¹

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С НЕГЛАДКИМИ УСЛОВИЯМИ КОШИ

¹*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
korzyuk@bsu.by, serg.p94@gmail.com*

²*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
korzyuk@bsu.by*

Изучается классическое решение задачи Коши и граничной задачи для одномерного неоднородного волнового уравнения. Уравнения в задачах задаются в полуплоскости и полуполосе двух независимых переменных. На нижнем основании задаются условия Коши, негладкие в точке. В граничной задаче на боковых границах области задаются гладкие условия первого рода. Решение задачи строится методом характеристик. Доказывается единственность, устанавливаются условия, при которых существует кусочно-гладкое решение.

Ключевые слова: одномерное волновое уравнение, неоднородное уравнение, смешанная задача, негладкие начальные условия.

V. I. KORZYUK^{1,2}, S. I. PUZYRNYI¹

CLASSICAL SOLUTION OF MIXED PROBLEMS FOR THE ONE-DIMENSIONAL WAVE EQUATION WITH CAUCHY NONSMOOTH CONDITIONS

¹*Belarusian State University, Minsk, Belarus,
korzyuk@bsu.by, serg.p94@gmail.com*

²*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
korzyuk@bsu.by*

The article is concerned with studying the classical solution of the Cauchy problem and the boundary problem for the one-dimensional nonhomogeneous wave equation. Equations in the problems under consideration are defined in the half-plane and in the half-band of two independent variables. The Cauchy nonsmooth conditions are assigned at the bottom of the region. First-kind smooth conditions are defined at the side boundaries of the region. Analytical solutions of problems are obtained using the method of characteristics. The uniqueness of the solution is proved, and the conditions, under which the piecewise smooth solution exists, are determined.

Keywords: one-dimensional wave equation, nonhomogeneous equation, mixed problem, nonsmooth initial conditions.

В. И. ЯНЧЕВСКИЙ

ГРУППЫ УАЙТХЕДА, ПРИВЕДЕННЫЕ НОРМЫ И ЦИКЛИЧНОСТЬ СПЕЦИАЛЬНЫХ АЛГЕБР АДЗУМАЙИ

*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: yanch@im.bas-net.by*

В статье описана мультипликативная структура и приведенные нормы центральных k -алгебр A с делением в двух следующих случаях: (i) k – пополнение поля функций p -адической кривой относительно дискретных нормирований, поля вычетов которых – конечные расширения \mathbb{Q}_p , и A – слабо разветвленная k -алгебра с делением; (ii) A – тела некоммутативных рациональных функций над p -адическими алгебрами с делением. Получены достаточные условия цикличности алгебр из (i). В частности, установлена цикличность алгебр бесквадратного индекса.

Ключевые слова: группы Уайтхеда, алгебры с делением, циклические алгебры, приведенные нормы простых алгебр, тела некоммутативных рациональных функций.

V. I. YANCHEVSKIĬ

**WHITEHEAD GROUPS, REDUCED NORMS
AND CYCLICITY OF SOME SPECIAL AZUMAYA ALGEBRAS**

*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: yanch@im.bas-net.by*

We describe the multiplicative structure and the reduced norms for central division k -algebras A in the two following cases: (i) let k be a completion of the function field of the p -adic curve with respect to discrete valuations with finite extensions of \mathbb{Q}_p as residue fields and let A be tamely ramified division k -algebra; (ii) let A be skew-fields of non-commutative rational functions over p -adic division algebras. We also obtain some sufficient conditions for cyclicity of algebras from (i). In particular we prove that any algebra of square-free index from (i) is cyclic.

Keywords: Whitehead groups, division algebras, cyclic algebras, reduced norms of simple algebras, skew-fields of non-commutative rational functions.

Ю. С. ХАРИН, В. Ю. ПАЛУХА

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ЭНТРОПИИ РЕНЬИ И ТСАЛЛИСА И ИХ
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ О «ЧИСТОЙ СЛУЧАЙНОСТИ»**

*НИИ прикладных проблем математики и информатики
Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь,
kharin@bsu.by, palukha@bsu.by*

Предложен подход к построению состоятельных статистических оценок функционалов энтропии Реньи и Тсаллиса. Найдено асимптотическое распределение вероятностей построенных точечных оценок, построены интервальные оценки. На основе интервальных оценок разработано решающее правило для статистической проверки гипотез о «чистой случайности» наблюдаемой дискретной последовательности. Представлены результаты компьютерных экспериментов.

Ключевые слова: функционалы энтропии Реньи и Тсаллиса, асимптотически нормальное распределение вероятностей, точечные и интервальные статистические оценки, проверка гипотез.

Yu. S. KHARIN, U. Yu. PALUKHA

**STATISTICAL ESTIMATORS OF RENYI AND TSALLIS ENTROPY AND THEIR USE FOR TESTING
THE HYPOTHESES OF “PURE RANDOMNESS”**

*Research Institute for Applied Mathematics and Informatics of Belarusian State University, Minsk, Belarus,
kharin@bsu.by; palukha@bsu.by*

An approach to the construction of consistent statistical estimators for Renyi and Tsallis entropy is considered. The asymptotic probability distribution of constructed point estimators is proved, and the interval estimators are constructed. On the basis of interval estimators the decision rule for the statistical testing of the hypotheses of “pure randomness” of the observed discrete sequence is developed. The results of computer experiments are presented.

Keywords: Renyi and Tsallis entropy, asymptotically normal probability distribution, statistical estimators, testing of hypotheses.

О. В. БЕКО¹, Я. А. ВОЙНОВА², Е. М. ОВСИЮК³

**ЧАСТИЦА СО СПИНОМ 1/2 И АНОМАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ
В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ**

¹*Гимназия г. Калинковичи, Беларусь, e-mail: vekoolga@mail.ru*

²*Средняя школа, Ельский район, Беларусь, e-mail: voinyuschka@mail.ru*

³*Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Беларусь,
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru*

Исследовано уравнение Дирака для частицы со спином 1/2 и аномальным магнитным моментом во внешнем кулоновском поле. Задача приведена к дифференциальному уравнению второго порядка, в котором точки $x = 0, \infty$ являются нерегулярными особыми точками ранга 2, а в точке $x = 1$ имеется регулярная особенность. Описана общая структура решений уравнения, исследован характер зацепления коэффициентов в соответствующих степенных рядах. Выполнено ограничение к случаю электрически нейтральной частицы с аномальным магнитным моментом (нейтрону); задача сведена к более простому уравнению с двумя нерегулярными особыми точками $x = 0, \infty$ ранга 2 (дважды вырожденному уравнению Гойна). Качественный анализ уравнений показывает, что связанные состояния для нейтрона в кулоновском поле могут существовать только при одном знаке величины аномального магнитного момента.

Ключевые слова: электрон, нейтрон, аномальный магнитный момент, кулоновское поле, связанные состояния.

O. V. VEKO¹, Y. A. VOYNOVA², E. M. OVSIYUK³

SPIN 1/2 PARTICLE WITH ANOMALOUS MAGNETIC MOMENT IN THE COULOMB FIELD

¹Gymnasium, Kalinkovichi, Belarus, e-mail: vekoolga@mail.ru

²Secondary School, Yelsk region, Belarus, e-mail: voinyuschka@mail.ru

³Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Belarus,
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru

The Dirac equation for a spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment in the applied Coulomb field is studied. The problem reduces to a second-order differential equation, in which the points $x = 0, \infty$ are the irregular singular points of rank 2, and at the point $x = 1$ there is the regular singularity. The general structure of possible solutions of the equation is described, and the recurrent formulas for coefficients of relevant power series are derived. The case of an electrically neutral spin 1/2 particle with anomalous magnetic moment (neutron) is specified in detail; the problem reduces to a second-order differential equation with two irregular singular points $x = 0, \infty$ of rank 2, which is referred the double confluent Heun equation. The qualitative analysis of the equations shows that the bound states for neutron in the Coulomb field can exist only for one definite sign of the anomalous magnetic moment.

Keywords: electron, neutron, anomalous magnetic moment, Coulomb field, bound states.

УДК 533.9;537.525.99;544.478.1

Н. А. САВАСТЕНКО¹, И. И. ФИЛАТОВА², В. А. ЛЮШКЕВИЧ², Н. И. ЧУБРИК²,
М. Т. ГАБДУЛЛИН³, Т. С. РАМАЗАНОВ³, Х. А. АБДУЛЛИН³, В. А. КАЛКОЗОВА³

ОПТИЧЕСКИЕ И СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА ФОТОКАТАЛИЗАТОРОВ НА ОСНОВЕ ZnO

¹МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ, Минск, Беларусь, e-mail: nataliesavastenko@iseu.by

²Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: i.filatova@dragon.bas-net.by

³Национальная нанотехнологическая лаборатория открытого типа,
Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан, e-mail:

Исследованы оптические, структурные и каталитические свойства допированных атомами алюминия (Al) фотокатализаторов на основе оксида цинка (ZnO), которые получены методом гидротермального синтеза. Проведено сравнение каталитической активности синтезированных фотокатализаторов до и после обработки в плазме диэлектрического барьерного разряда с активностью промышленно полученного порошка ZnO. Показано, что эффективность реакции фотодеградации метилового оранжевого (МО), выраженная в терминах константы реакции МО, для синтезированных фотокатализаторов выше в 3,6 раза, чем для промышленного образца, и увеличивается приблизительно на 60 % после обработки фотокатализаторов в плазме.

Ключевые слова: плазменная обработка, ZnO, фотокатализ, фотометрия, гидротермальный синтез, сканирующая электронная микроскопия (СЭМ), фотолюминесценция.

N. A. SAVASTENKO¹, I. I. FILATOVA², V. A. LYUSHKEVICH², N. I. CHUBRIK², M. T. GABDULLIN³,
T. S. RAMASANOV³, Kh. A. ABDULLIN³, V. A. KALKOSOVA³

OPTICAL AND STRUCTURAL PROPERTIES OF ZnO-BASED PHOTOCATALYSTS

¹ISEU BSU, Minsk, Belarus, e-mail: nataliesavastenko@iseu.by

²B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: i.filatova@dragon.bas-net.by

³National Nanotechnology Laboratory of Open Type, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Optical, structural and catalytic properties of Al-doped ZnO-based photocatalysts were investigated. The hydrothermal synthesis was used to synthesize the catalysts. Dielectric barrier discharge plasma was applied to treat the synthesized samples. The performance of plasma-treated and untreated catalysts was compared with that of commercially available catalysts. The photocatalytic activity, expressed in terms of the rate of photodegradation of methyl orange, was 3.6 times higher for synthesized samples than that for commercial catalyst. The photocatalytic activity was up to 60 % higher for the plasma-treated samples than for the untreated ones.

Keywords: plasma treatment, ZnO, photocatalysis, UV-visible spectrophotometry, hydrothermal synthesis, scanning electron microscopy (SEM), photoluminescence (PL).

Е. А. ЛЕВЧУК, Л. Ф. МАКАРЕНКО

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЛОКАЛИЗАЦИЮ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНА В СИСТЕМЕ НАНОЗАТВОР–ДОНОР

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: liauchuk.alena@gmail.com, makarenko@bsu.by*

Проведено численное моделирование влияния магнитного поля на состояния мелкого донора, находящегося во внешнем электрическом поле дискообразного затвора. Для расчета энергий и волновых функций связанного электрона использовался метод конечных элементов. Получены характеристики, определяющие изменение локализации волновой функции основного состояния электрона в рассматриваемой системе, в зависимости от величины магнитного поля.

Ключевые слова: мелкий донор, нанозатвор, энергетический уровень, критический потенциал, энергетический зазор, численное моделирование.

E. A. LEVCHUK, L. F. MAKARENKO

EFFECT OF A MAGNETIC FIELD ON ELECTRON WAVE FUNCTION RELOCATION IN NANOGATE–DONOR SYSTEM

*Belarusian State University, Minsk, Belarus,
e-mail: liauchuk.alena@gmail.com, makarenko@bsu.by*

Numerical modeling of magnetic field effect on the states of shallow donor, affected by external electric field of a disc-shaped gate, is carried out. Bound electron energies and wave functions are calculated using the finite element method. Characteristics of relocation of the ground state wave function from the donor to the gate are obtained as a function of magnetic field.

Keywords: shallow donor, nanogate, energy level, critical potential, energy gap, numerical modeling

UDC 535.21;535.3

*S. A. BATISHCHE¹, S. B. BUSHUK¹, A. A. KOUZMOUK¹, A. V. SAVITCH¹, H. A. TATUR¹,
G. GRABNER², W. KAUTEK³*

ESTIMATION OF CORNEA EFFECTIVE ABSORPTION COEFFICIENT AT 213 NM FROM ABLATION MEASUREMENTS

*¹B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: batis@dragon.bas-net.by*

*²Paracelsus Medical University, University Eye Clinic, Salzburg, Austria,
e-mail: G.Grabner@salk.at*

*³University of Vienna, Department of Physical Chemistry, Vienna, Austria,
e-mail: wolfgang.kautek@univie.ac.at*

It is shown experimentally that a cornea represents a 213 nm UV inhomogeneous material both at depth and around a surface in relation to UV effective absorption coefficient and local laser depth ablation rate, which should be taken into account for a more exact planning of a profile of removed cornea collagen material during eye vision correction.

Keywords: cornea, ablation, Nd: YAG laser, absorption, threshold.

С. А. БАТИЩЕ¹, С. Б. БУШУК¹, А. А. КУЗЬМУК¹, А. В. САВИЧ¹, Г. А. ТАТУР¹, Г. ГРАБНЕР², В. КОТЭК³

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ РОГОВИЦЫ ГЛАЗА НА ДЛИНЕ ВОЛНЫ 213 НМ ИЗ АБЛЯЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

*¹Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: batis@dragon.bas-net.by*

*²Глазная клиника медицинского университета им. Парацельса, Зальцбург, Австрия,
e-mail: G.Grabner@salk.at*

*³Венский университет, кафедра физической химии, Вена, Австрия,
e-mail: wolfgang.kautek@univie.ac.at*

Экспериментально показано, что роговица глаза для УФ-излучения (213 нм) представляет собой неоднородный материал как по глубине, так и вдоль поверхности, в отношении эффективного коэффициента поглощения и локальной скорости абляционного удаления материала роговицы, что необходимо учитывать для более точного планирования профиля удаляемого коллагена роговицы при операциях коррекции зрения.

Ключевые слова: роговица, абляция, Nd:YAG-лазер, поглощение, порог.

П. А. АПАНАСЕВИЧ, В. И. ДАШКЕВИЧ, Г. И. ТИМОФЕЕВА

СРАВНЕНИЕ ЛУЧЕВЫХ НАГРУЗОК НА ТОРЦЫ НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛОВ В ПГС С КОЛЬЦЕВЫМ РЕЗОНАТОРОМ

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: p.apanasevich@ifanbel.bas-net.by, v.dashkevich@dragon.bas-net.by,
g.timofeeva@dragon.bas-net.by*

Показано, что при параметрической генерации света (ПГС) мощных импульсов с использованием кольцевого резонатора и нелинейной среды в каждой из его секций лучевая нагрузка на торец нелинейной среды, примыкающий к выходному зеркалу, является наибольшей в случае, когда выходное зеркало расположено первым после входного зеркала, и наименьшей, когда выходное зеркало совпадает с входным зеркалом.

Ключевые слова: лазерное излучение, преобразование частоты, оптический резонатор, лучевая нагрузка.

P. A. APANASEVIC, V. I. DASHKEVICH, G. I. TIMOFEEVA

COMPARISON OF BEAM LOADS ON END FACE OF NONLINEAR CRYSTALS IN RING CAVITY OPO

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: p.apanasevich@ifanbel.bas-net.by, v.dashkevich@dragon.bas-net.by,
g.timofeeva@dragon.bas-net.by*

It is shown that at optical parametric generation of high power pulses using a ring cavity and a nonlinear medium in each of its sections, beam load on the end face of the nonlinear medium adjacent to the output mirror is greatest when the output mirror is positioned first after the input mirror and smallest when the output mirror coincides with input one.

Keywords: laser radiation, frequency conversion, optical cavity, beam load.

П. И. СОБОЛЕВСКИЙ, С. В. БАХАНОВИЧ

ДВУХУРОВНЕВЫЙ ТАЙЛИНГ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОМ ОТОБРАЖЕНИИ АЛГОРИТМОВ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АРХИТЕКТУРЫ

*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: sobolevsky@im.bas-net.by, bsv@im.bas-net.by*

Предложена идея использования двухуровневого тайлинга для решения задачи пространственно-временного отображения алгоритмов на параллельные вычислительные системы заданной размерности и размера. Разработан формализованный метод параметризованного двухуровневого тайлинга. Получены формулы для определения векторов глобальных зависимостей между тайлами первого и второго уровней, а также формальное представление множеств итераций, порождающих эти зависимости, в виде многогранников с явным выражением их границ. На основе разработанного метода двухуровневого тайлинга и локально параллельной глобально последовательной стратегии отображения предложен формализованный метод решения задачи пространственно-временного отображения алгоритмов в интеграции с тайлингом.

Ключевые слова: тайлинг, пространственно-временное отображение, локально параллельная глобально последовательная стратегия, параллельная архитектура, суперкомпьютер.

P. I. SOBOLEVSKY, S. V. BAKHANOVICH

TWO-LEVEL TILING AND ITS APPLICATION IN THE SPACE-TIME MAPPING OF ALGORITHMS ONTO PARALLEL ARCHITECTURES

*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: sobolevsky@im.bas-net.by, bsv@im.bas-net.by*

The idea of application of two-level tiling at space-time mapping of algorithms onto parallel computing systems is proposed. A formalized method of parameterized two-level tiling is developed. The formulas for determination of global dependences between different-level tiles are constructed. The formal representation of sets of iterations generating these dependences is obtained. The representation is given in the form of polyhedra with an explicit expression of their boundaries. A formalized method of space-time mapping onto supercomputers is developed. The method is based on the locally parallel globally sequential mapping strategy and the designed method of two-level tiling. The method realizes the proposed idea of space-time mapping in integration with tiling.

Keywords: tiling, space-time mapping, locally sequential globally parallel strategy, parallel architecture, supercomputer.

Л. Д. ЧЕРЕМИСИНОВА

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ МОЩНОСТИ, ПОТРЕБЛЯЕМОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫМИ КМОП-СХЕМАМИ

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,
e-mail: cld@newman.bas-net.by*

Рассматривается задача оценки среднего значения мощности, потребляемой КМОП-схемой с памятью, путем динамического и статического анализа схем. Основу методов первого класса составляют процедуры построения тестовых последовательностей, обеспечивающих вычисление среднего значения переключательной активности схемы. Методы второго класса основаны на вычислении вероятностных характеристик сигналов на полюсах схемы.

Ключевые слова: проектирование схем с низким энергопотреблением, КМОП-технология, оценка рассеивания мощности, переключательная активность.

L. D. CHEREMISINOVA

MODELS AND ALGORITHMS FOR ESTIMATION OF AVERAGE POWER CONSUMED BY SEQUENTIAL CMOS CIRCUITS

*United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: cld@newman.bas-net.by*

The problem of estimation of the power consumed by the CMOS circuit with memory is considered with the use of the static and dynamic circuit analysis. The procedures of forming test sequences, which provide the calculation of the average circuit switching activity, underlie the first-type methods. The second-type methods are based on the calculation of the probability characteristics of the circuit nodes signals.

Keywords: low-power design, CMOS technology, power dissipation evaluation, switching activity.

Р. С. СЕРГЕЕВ¹, И. С. КОВАЛЕВ^{1,2}

ПОИСК МУТАЦИЙ В ГЕНОМНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ *M. TUBERCULOSIS*, СВЯЗАННЫХ С ЛЕКАРСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ

¹*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск,
Беларусь, e-mail: roma.sergeev@gmail.com*

²*EPAM Systems, Минск, Беларусь, e-mail: ivanich3d@gmail.com*

В настоящей работе исследуются методы полногеномного поиска ассоциаций. Представлена методология, позволяющая осуществлять поиск геномных маркеров лекарственной устойчивости к противомикробным препаратам. Приводятся результаты экспериментов по поиску мутаций резистентности к основным противотуберкулезным препаратам на основании данных о пациентах из Беларуси.

Ключевые слова: полногеномный поиск ассоциаций, биоинформатика, лекарственная устойчивость, регрессия, регуляризация, стохастический поиск, статистическая проверка гипотез.

R. S. SERGEEV¹, I. S. KAVALIYOU^{1,2}

SEARCH FOR DRUG-RESISTANCE MUTATIONS IN *M. TUBERCULOSIS* GENOME SEQUENCES

¹*United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,
e-mail: roma.sergeev@gmail.com*

²*EPAM Systems, Minsk, Belarus, e-mail: ivanich3d@gmail.com*

We investigate algorithms for genome-wide association studies. A methodology is proposed that allows searching for drug-resistance mutations in mycobacterium tuberculosis whole genomes. We present the experimental results on identification of resistance mutations to major anti-TB agents using patients' data from Belarus.

Keywords: genome-wide association, bioinformatics, drug resistance, regression, regularization, stochastic search, statistical hypothesis testing.

Э. И. ЗВЕРОВИЧ

ДВА ОБОБЩЕНИЯ ПОЛИГАММА-ФУНКЦИЙ*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь, e-mail: Zverovich@bsu.by*

Основное свойство $\psi^{(n)}(z+1) - \psi^{(n)}(z) = \frac{(-1)^n n!}{z^{n+1}}$ производных $\psi^{(n)}(z) = \frac{d^n}{dz^n} \ln \Gamma(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ обобщается на случай производных дробного порядка от $\ln \Gamma(z)$. Полученное свойство в свою очередь обобщается до решения уравнения $F(z+1) - F(z) = e^{\pi i \alpha} \Gamma(\alpha+1) \frac{a^z}{z^{\alpha+1}}$, где $\operatorname{Re} \alpha > 0$, $|a| < 1$. Полученный результат применяется для суммирования рядов вида $\sum_{n=0}^{\infty} a^n R(n)$, где $R(n)$ – рациональная функция от индекса суммирования.

Ключевые слова: полигамма-функция, суммирование рядов, интегральная формула Коши, периодический аналог ядра Коши, функции Гурвица.

E. I. ZVEROVICH

TWO GENERALIZATIONS OF POLYGAMMA-FUNCTIONS*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: Zverovich@bsu.by*

The basic property $\psi^{(n)}(z+1) - \psi^{(n)}(z) = \frac{(-1)^n n!}{z^{n+1}}$ for the derivatives $\psi^{(n)}(z) = \frac{d^n}{dz^n} \ln \Gamma(z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ is generalized in the case of fractional derivatives of the function $\ln \Gamma(z)$. The property obtained is then generalized to the solution of the equation $F(z+1) - F(z) = e^{\pi i \alpha} \Gamma(\alpha+1) \frac{a^z}{z^{\alpha+1}}$, where $\operatorname{Re} \alpha > 0$, $|a| < 1$. The result obtained is applied to summation of series of the form $\sum_{n=0}^{\infty} a^n R(n)$, where $R(n)$ is the rational function of summation index.

Keywords: polygamma-function, summation of series, Cauchy integral formula, periodic analog of the Cauchy kernel, Hurwitz functions.