

# ВЕСЦІ

НАЦЫЯНАЛЬНАЯ  
АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК 2016 № 1

# ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК 2016 № 1

ЗАСНАВАЛЬНІК – НАЦЫЯНАЛЬНАЯ АКАДЭМІЯ НАВУК БЕЛАРУСІ

Часопіс выдаецца са студзеня 1965 г.

Выходзіць чатыры разы ў год

## ЗМЕСТ

### МАТЭМАТЫКА

<b>Корзюк В. И.</b> Задачи сопряжения уравнений Пуассона .....	5
<b>Амелькин В. В., Василевич М. Н.</b> Построение методом ВКБ решения дифференциальной системы, возникающей в задаче Римана – Гильберта .....	17
<b>Ломовцев Ф. Е.</b> Необходимые и достаточные условия вынужденных колебаний полуограниченной струны с первой характеристической кривой производной в нестационарном граничном условии .....	21
<b>Астровский А. И.</b> Равномерная наблюдаемость и системы наблюдения в форме Шварца .....	28
<b>Харин Ю. С., Журак М. К.</b> Асимптотический анализ оценок максимального правдоподобия параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных .....	36
<b>Жук Е. Е.</b> Статистическое определение ближайших стационарных временных рядов в пространстве коэффициентов авторегрессии .....	46
<b>Беняш-Кривец В. В., Говорушко И. О.</b> Многообразия представлений групп Баумслэга – Солитера в случае не взаимно простых показателей .....	52
<b>Сарванов В. И., Ефимов О. В.</b> Построение расписаний для двухстадийной системы обслуживания типа flowshop с блокировками .....	57
<b>Корзюк В. И., Винь Н. В.</b> Классические решения смешанных задач для одномерного биволнового уравнения .....	69

## ФІЗІКА

<b>Батище С. А., Бушук С. Б., Кузьмук А. А., Савич А. В., Татур Г. А., Грабнер Г., Котэк В.</b> Самопоглощение излучения на длине волны 213 нм при лазерном воздействии на роговицу глаза .....	80
<b>Данильчик А. В., Войнилович А. Г., Ржеуцкий Н. В., Шпак П. В., Борушко В. В., Трофимов Ю. В., Цвирко В. И., Луценко Е. В., Яблонский Г. П.</b> Моделирование распределения температуры в матрице InGaN светодиодов с высокой плотностью мощности излучения .....	84
<b>Корза Е. В.</b> Усиление комбинационного рассеяния света неорганическими пигментами с использованием наночастиц золота и серебра .....	90
<b>Ропот А. П., Хило Н. А.</b> Генерация световых пучков Эйри при дифракции на синусоидальных фазовых решетках .....	95
<b>Маркевич В. Ю., Чулков Р. В.</b> Определение стационарного коэффициента ВКР-усиления калий-гадолиниевого вольфрамата на длине волны 532 нм .....	102
<b>Рыжевич А. А., Солоневич С. В., Хило Н. А., Балыкин И. В.</b> Преобразование конических лазерных пучков в двуосных кристаллах .....	107
<b>Козленкова О. А., Плавская Л. Г., Микулич А. В., Леусенко И. А., Третьякова А. И., Плавский В. Ю.</b> Фотосенсибилизирующее действие билирубина на клетки животных в культуре .....	117
<b>Толкачева Е. А., Холод О. Н., Мурын Л. И.</b> Особенности трансформации кислородосодержащих центров в кремнии при отжиге в интервале температур 450–700 °С: данные ИК-поглощения .....	124

---

ІЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ 2016 № 1

Серия физико-математических наук

*На русском, белорусском и английском языках*

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,  
свидетельство о регистрации № 392 от 18.05.2009

---

Комп'ютарная вёрстка *В. Л. Смольскай*

Здадзена ў набор 22.02.2016. Падпісана да друку 21.03.2016. Выхад у свет 29.03.2016. Фармац 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Папера афсетная. Друк лічбавы. Ум. друк. арк. 14,88. Ул.-выд. арк. 16,4. Тыраж 66 экз. Заказ 64.

Кошт нумару: індывідуальная падпіска – 102 900 руб.; ведамасная падпіска – 252 168 руб.

Выдавец і паліграфічнае выкананне:

Рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Выдавецкі дом «Беларуская навука». Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/18 ад 02.08.2013.

ЛП 02330/455 ад 30.12.2013. Вул. Ф. Скарыны, 40, 220141, г. Мінск.

© Выдавецкі дом «Беларуская навука».

Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2016

# PROCEEDINGS

## OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

---

PHYSIC AND MATHEMATICS SERIES 2016 N 1

---

FOUNDED IS THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

The Journal has been published since January 1965

Issued four times a year

### CONTENTS

#### MATHEMATICS

<b>Korzyuk V. I.</b> Problems of conjugation of the Poisson equations .....	5
<b>Amel'kin V. V., Vasilevich M. N.</b> JWKB-method and construction of a differential system emerging in the Riemann – Hilbert problem .....	17
<b>Lomovtsev F. E.</b> Necessary and sufficient conditions for forced vibrations of a semibounded string with the first characteristic directional derivative in the unsteady boundary condition .....	21
<b>Astrovskii A. I.</b> Uniform observability and observation systems in the Schwarz form .....	28
<b>Kharin Yu. S., Zhurak M. K.</b> Asymptotic analysis of the maximum likelihood estimates of the parameters for a binomial conditionally autoregressive model of spatio-temporal data .....	36
<b>Zhuk E. E.</b> Statistical determination of the nearest stationary time series in a space of autoregressive coefficients .....	46
<b>Beniash-Kryvets V. V., Govorushko I. O.</b> Representation variety of Baumslag – Solitar groups in the case of not coprime exponents .....	52
<b>Sarvanov V. I., Yafimau A. V.</b> Solving a two-machine blocking flowshop scheduling problem with due dates .....	57
<b>Korzyuk V. I., Vinh N. V.</b> Classical solutions of mixed problem for one-dimensional biwave equation .....	69

#### PHYSICS

<b>Batishche S. A., Bushuk S. B., Kouzmouk A. A., Savitch A. V., Tatur H. A., Grabner G., Kautek W.</b> Influence of self-absorption of 213 nm radiation on laser treatment of cornea .....	80
<b>Danilchik A. V., Vainilovich A. G., Rzheutski M. V., Shpak P. V., Borushko V. V., Trofimov Y. V., Tsvirko V. I., Lutsenko E. V., Yablonskii G. P.</b> Simulation of temperature distribution in the InGaN led matrix with high density of radiation power .....	84
<b>Korza E. V.</b> Light Raman scattering enhancement by inorganic pigments with the use of gold and silver nanoparticles .....	90

<b>Ropot A. I., Khilo N. A.</b> Generation of Airy light beams diffracted by a sinusoidal phase grating .....	95
<b>Markevich V. U., Chulkov R. V.</b> Determination of the steady-state Raman gain coefficients of potassium-gadolinium tungstate at a wavelength of 532 nm .....	102
<b>Ryzhevich A. A., Solonevich S. V., Khilo N. A., Balykin I. V.</b> Transformation of conical laser beams in biaxial crystals .....	107
<b>Kozlenkova O. A, Plavskaya L. G., Mikulich A. V., Leusenko I. A., Tretyakova A. I., Plavskii V. Yu.</b> Photosensitizing effects of bilirubin on animal cells in culture .....	117
<b>Tolkacheva E. A., Kholad V. N., Murin L. I.</b> Transformation peculiarities of oxygen-containing centers in silicon upon annealing in the temperature range 450–700 °C : IR absorption studies .....	124

*В. И. КОРЗЮК<sup>1,2</sup>*

## **ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПУАССОНА**

<sup>1</sup>*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,*

<sup>2</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,  
e-mail: korzyuk@bsu.by*

В пространствах Соболева и их подпространствах с учетом граничных условий доказываются теоремы существования обобщенных решений задач сопряжения уравнений Пуассона. В процессе доказательства используются операторы осреднения с переменным шагом.

*Ключевые слова:* обобщенное решение, уравнение Пуассона, задача сопряжения, операторы осреднения с переменным шагом, эллиптическое уравнение.

*V. I. KORZYUK<sup>1,2</sup>*

## **PROBLEMS OF CONJUGATION OF THE POISSON EQUATIONS**

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

<sup>2</sup>*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: korzyuk@bsu.by*

In Sobolev spaces and its subspaces considering boundary conditions theorems of existence of the generalized solutions of the conjugation problems of the Poisson equation were proved. In these proofs the mollifiers operators with variable step are used.

*Keywords:* generalized solution, Poisson equation, conjugation problem, mollifiers operators with variable step, elliptic equation.

УДК 517.925.42, 517.925.7

*В. В. АМЕЛЬКИН, М. Н. ВАСИЛЕВИЧ*

## **ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОМ ВКБ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ЗАДАЧЕ РИМАНА – ГИЛЬБЕРТА**

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,*

*e-mail: vamlkn@mail.ru, vasilevich.m@gmail.com*

В настоящей статье методом ВКБ строится такое решение системы трех дифференциальных уравнений, возникающей в задаче Римана – Гильберта, компоненты которого удовлетворяют определенным соотношениям.

*Ключевые слова:* дифференциальная система, задача Римана – Гильберта, метод ВКБ.

*V. V. AMEL'KIN, M. N. VASILEVICH*

## **JWKB-METHOD AND CONSTRUCTION OF A DIFFERENTIAL SYSTEM EMERGING IN THE RIEMANN – HILBERT PROBLEM**

*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: vamlkn@mail.ru, vasilevich.m@gmail.com*

In this paper, we construct by means of JWKB-method a solution of the differential system emerging in the Riemann – Hilbert problem, with components satisfying the defined relations.

*Keywords:* differential system, Riemann – Hilbert problem, JWKB-method.

*Ф. Е. ЛОМОВЦЕВ*

**НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ  
ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ С ПЕРВОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ  
КОСОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ**

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,  
e-mail: lomovcev@bsu.by*

Методами характеристик и Дюамеля в явном виде выведено единственное классическое решение смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны при первой характеристической косою производной в граничном условии, в котором все коэффициенты зависят от времени. Характеристичность этой первой косою производной означает, что она направлена по критической характеристике уравнения колебаний. Найдены необходимые и достаточные условия на правую часть уравнения, начальные и граничные данные для однозначной везде разрешимости этой смешанной задачи во множестве классических решений.

*Ключевые слова:* смешанная задача, нестационарное граничное условие, характеристическая косою производная, классическое решение, необходимое и достаточное условие, условие согласования, требование гладкости.

*F. E. LOMOVTSSEV*

**NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR FORCED VIBRATIONS  
OF A SEMIBOUNDED STRING WITH THE FIRST CHARACTERISTIC DIRECTIONAL DERIVATIVE  
IN THE UNSTEADY BOUNDARY CONDITION**

*Belarusian State University, Minsk, Belarus,  
e-mail: lomovcev@bsu.by*

By means of the method of characteristics and the Duhamel's method we have derived a closed-form expression for a unique classical solution of a mixed problem for the inhomogeneous equation of vibration of a semibounded string with the first characteristic directional derivative in the boundary condition where all coefficients are time-dependent. The characteristic nature of this first directional derivative means that it is directed in terms of the critical characteristic of the vibration equation. We have found the necessary and sufficient conditions for the right-hand side of the equation and the initial and boundary data for single-valued everywhere solvability of this mixed problem in the set of classical solutions.

*Keywords:* mixed problem, unsteady boundary condition, characteristic directional derivative, classical solution, necessary and sufficient condition, reconciliation condition, smoothness requirement.

*А. И. АСТРОВСКИЙ*

**РАВНОМЕРНАЯ НАБЛЮДАЕМОСТЬ И СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ  
В ФОРМЕ ШВАРЦА**

*Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь,  
e-mail: aastrov@tut.by*

Для равномерно наблюдаемых линейных нестационарных систем со скалярным выходом получены необходимые и достаточные условия приводимости к системам наблюдения в форме Шварца с помощью непрерывно дифференцируемой группы.

*Ключевые слова:* линейная нестационарная система наблюдения, равномерная наблюдаемость, система наблюдения в форме Шварца.

*A. I. ASTROVSKII*

**UNIFORM OBSERVABILITY AND OBSERVATION SYSTEMS IN THE SCHWARZ FORM**

*Belarusian State Economic University, Minsk, Belarus, e-mail: aastrov@tut.by*

The necessary and sufficient conditions for uniformly observed linear time-varying systems with scalar output to be transformed to the Schwarz form under the action of a linear continuously differentiable group are obtained.

*Keywords:* linear time-varying observation system, canonical form, observation system in Schwarz form.

Ю. С. ХАРИН, М. К. ЖУРАК

**АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОЦЕНОК МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ  
ПАРАМЕТРОВ БИНОМИАЛЬНОЙ УСЛОВНО АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ  
ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ДАННЫХ**

*НИИ прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета,  
Минск, Беларусь,  
e-mail: kharin@bsu.by; mzhurak@gmail.com*

Исследованы асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия параметров биномиальной условно авторегрессионной модели пространственно-временных данных. Доказана асимптотическая нормальность и найдена асимптотическая ковариационная матрица построенных оценок. Представлены результаты компьютерных экспериментов.

*Ключевые слова:* пространственно-временные данные, цепь Маркова, оценки максимального правдоподобия, информационная матрица Фишера, ковариационная матрица.

*Yu. S. KHARIN, M. K. ZHURAK*

**ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATORS OF THE PARAMETERS  
FOR A BINOMIAL CONDITIONALLY AUTOREGRESSIVE MODEL OF SPATIO-TEMPORAL DATA**

*Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Minsk, Belarus,  
e-mail: kharin@bsu.by; mzhurak@gmail.com*

Asymptotic properties of the maximum likelihood estimators of parameters for a binomial conditionally autoregressive model of spatio-temporal data are studied. The asymptotic normality is proved and the asymptotic covariance matrix is found for the estimators. The results of computer experiments are presented.

*Keywords:* spatio-temporal data, Markov chains, maximum likelihood estimators, Fisher information matrix, covariance matrix.

Е. Е. ЖУК

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ БЛИЖАЙШИХ  
СТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ  
В ПРОСТРАНСТВЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ АВТОРЕГРЕССИИ**

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,  
e-mail: zhukee@mail.ru*

Исследуется проблема статистического определения ближайших стационарных в широком смысле временных рядов на основе их описания авторегрессионными моделями. Предлагается использовать решающие правила в пространстве коэффициентов авторегрессии. В качестве меры эффективности принимаемых решений аналитически вычислен риск (вероятность ошибочно определить ближайшие временные ряды). Рассмотрен случай двух классов.

*Ключевые слова:* стационарный временной ряд, авторегрессионная модель, реализация, решающее правило, риск.

*E. E. ZHUK*

**STATISTICAL DETERMINATION OF THE NEAREST STATIONARY TIME SERIES  
IN A SPACE OF AUTOREGRESSIVE COEFFICIENTS**

*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: zhukee@mail.ru*

The problem of statistical determination of the nearest stationary time series is considered. The decision rules in a space of autoregressive coefficients are proposed and their efficiency is analytically investigated. The case of two classes is studied.

*Keywords:* stationary time series, autoregressive model, realization, decision rule, risk.

*В. В. БЕНЯШ-КРИВЕЦ<sup>1</sup>, И. О. ГОВОРУШКО<sup>2</sup>*

## **МНОГООБРАЗИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУПП БАУМСЛАГА – СОЛИТЕРА В СЛУЧАЕ НЕ ВЗАИМНО ПРОСТЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

<sup>1</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь, e-mail: benyash@bsu.by*

<sup>2</sup>*Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, Минск, Беларусь,  
e-mail: govorushko88@gmail.com*

Исследуются многообразия представлений групп Баумслага – Солитера  $BS(p, q)$  в случае, когда  $p$  и  $q$  не являются взаимно простыми. Найдены неприводимые компоненты этих многообразий, вычислены их размерности, а также доказана их рациональность.

*Ключевые слова:* группа Баумслага – Солитера, многообразие представлений, размерность многообразия, неприводимая компонента многообразия.

*V. V. BENIASH-KRYVETS<sup>1</sup>, I. O. GOVORUSHKO<sup>2</sup>*

## **REPRESENTATION VARIETY OF BAUMSLAG-SOLITAR GROUPS IN THE CASE OF NOT COPRIME EXPONENTS**

<sup>1</sup>*Belarusian State University, Minsk, Belarus, e-mail: benyash@bsu.by*

<sup>2</sup>*Belarusian State Pedagogical University named after M. Tank, Minsk, Belarus, e-mail: govorushko88@gmail.com*

Representation varieties of Baumslag – Solitar groups  $BS(p, q)$  are investigated in the case when  $p$  and  $q$  are not coprime. Irreducible components of these varieties are found, their dimensions are calculated and their rationality is proved.

*Keywords:* Baumslag – Solitar group, representation variety, dimension of a variety, irreducible component of a variety.

*В. И. САРВАНОВ<sup>1</sup>, О. В. ЕФИМОВ<sup>2</sup>*

## **ПОСТРОЕНИЕ РАСПИСАНИЙ ДЛЯ ДВУХСТАДИЙНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТИПА FLOWSHOP С БЛОКИРОВКАМИ**

<sup>1</sup>*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: sarvanov@im.bas-net.by*

<sup>2</sup>*ИООО «ЕРАМ Systems», Минск, Беларусь, e-mail: aleh.yafimau@gmail.com*

Рассматривается система обслуживания, в которой множество требований  $N = N_1 \cup N_2$ ,  $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ , обслуживается на приборах  $M_1$  и  $M_2$ . Особенность системы состоит в том, что время обслуживания требования из  $N_1(N_2)$  прибором  $M_2(M_1)$  равно нулю и при этом занятый прибор  $M_1$  блокирует доступ к прибору  $M_2$ , а занятый прибор  $M_2$  блокирует выход обслуженных требований из системы. Исследуется задача построения расписания, при котором каждое требование из  $N_1(N_2)$  покидает систему не позже заданного директивного срока  $D_1(D_2)$ . Доказано, что эта задача является  $NP$ -трудной и предложен псевдополиномиальный алгоритм ее решения.

*Ключевые слова:* система обслуживания типа flowshop, блокировка, псевдополиномиальный алгоритм, динамическое программирование,  $NP$ -трудная проблема, директивные сроки.

*V. I. SARVANOV<sup>1</sup>, A. V. YAFIMAU<sup>2</sup>*

## **SOLVING A TWO-MACHINE BLOCKING FLOWSHOP SCHEDULING PROBLEM WITH DUE DATES**

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: sarvanov@im.bas-net.by*

<sup>2</sup>*FLLC «ЕРАМ Systems», Minsk, Belarus, e-mail: aleh.yafimau@gmail.com*

This work considers solving a particular type of blocking flowshop scheduling problem. In the environment under consideration there are only two machines (denoted as  $M_1$  and  $M_2$ ). For each job its execution time on one of these machines equals to zero. For each job with a non-zero execution time on machine  $M_1(M_2)$  there is a due date  $D_1(D_2)$  respectively). The authors prove that the problem is  $NP$ -hard and propose a pseudo-polynomial time algorithm that solves it.

*Keywords:* flowshop scheduling, blocking, pseudopolynomial algorithm, dynamic programming,  $NP$ -hard problem, due dates.

В. И. КОРЗЮК<sup>1,2</sup>, Н. В. ВИНЬ<sup>1</sup>**КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ  
ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО БИВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ**<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,  
<sup>2</sup>Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: korzyuk@bsu.by, vinhnguyen0109@gmail.com

В данной работе рассмотрены смешанные задачи для биволнового уравнения. Методом характеристик строится аналитическое решение рассматриваемых задач. Доказывается единственность решения и выводятся условия согласования в угловых точках для заданных функций уравнения, условий Коши и граничных условий.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, гиперболические уравнения, биволновое уравнение, частные производные, граничные условия, условия Коши, условия согласования, классическое решение.

V. I. KORZYUK<sup>1,2</sup>, N. V. VINH<sup>1</sup>**CLASSICAL SOLUTIONS OF MIXED PROBLEM FOR ONE-DIMENSIONAL BIWAVE EQUATION**<sup>1</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus,  
<sup>2</sup>Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: korzyuk@bsu.by, vinhnguyen0109@gmail.com

In this paper we consider the mixed problem of biwave equation. Using method of characteristics the analytical solution of the mixed problem for the equation is under construction. We prove the uniqueness of the solution and conditions of the coordination of initial and boundary condition are deduced.

Keywords: Differential equations, hyperbolic equations, biwave equation, partial derivatives, boundary conditions, Cauchy conditions, agreement conditions, classical solution.

УДК 535.21; 535.3

S. A. BATISHCHE<sup>1</sup>, S. B. BUSHUK<sup>1</sup>, A. A. KOUZMOUK<sup>1</sup>, A. V. SAVITCH<sup>1</sup>,  
H. A. TATUR<sup>1</sup>, G. GRABNER<sup>2</sup>, W. KAUTEK<sup>3</sup>**INFLUENCE OF SELF-ABSORPTION OF 213 nm RADIATION  
ON LASER TREATMENT OF CORNEA**<sup>1</sup>B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: batis@dragon.bas-net.by<sup>2</sup>Paracelsus Medical University, University Eye Clinic, Salzburg, Austria, e-mail: g.grabner@salk.at<sup>3</sup>University of Vienna, Department of Physical Chemistry, Vienna, Austria, e-mail: wolfgang.kautek@univie.ac.at

The laser ablation efficiency of cornea at 213 nm radiation was investigated and optimized. It is shown that self-absorption of radiation at 213 nm in a thin cloud of ablated material takes place and strongly influences the ablation efficiency. Ablation products are being blown out in the lateral direction along the cornea surface, as a result of which the pulse fluence at the pit boundary  $F_{\text{bnd}}$  is more than the threshold fluence  $F_{\text{th}}$ . As a consequence, a pit radius  $r_{\text{bnd}}$  is less than a laser beam radius  $r_{\text{th}}$  corresponding to the threshold fluence  $F_{\text{th}}$  that should be taken into account in planning ablation surgery at 213 nm radiation.

Keywords: cornea, laser ablation, 213 nm, ablation threshold.

С. А. БАТИЩЕ<sup>1</sup>, С. Б. БУШУК<sup>1</sup>, А. А. КУЗЬМУК<sup>1</sup>, А. В. САВИЧ<sup>1</sup>, Г. А. ТАТУР<sup>1</sup>, Г. ГРАБНЕР<sup>2</sup>, В. КОТЭК<sup>3</sup>**САМОПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ДЛИНЕ ВОЛНЫ 213 нм  
ПРИ ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА РОГОВИЦУ ГЛАЗА**<sup>1</sup>Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: batis@dragon.bas-net.by<sup>2</sup>Глазная клиника медицинского университета им. Парацельса, Зальцбург, Австрия, e-mail: g.grabner@salk.at<sup>3</sup>Венский университет, Вена, Австрия, e-mail: wolfgang.kautek@univie.ac.at

Исследована и оптимизирована эффективность лазерной абляции роговицы глаза УФ-излучением с длиной волны 213 нм. Показано, что самопоглощение лазерного излучения 213 нм в тонком облаке испаренного материала сильно влияет на эффективность абляции. Продукты абляции выбрасываются в боковом направлении вдоль поверхности роговицы, в результате чего плотность энергии импульса на границе абляционной лунки  $F_{\text{bnd}}$  выше, чем пороговая плотность энергии  $F_{\text{th}}$ . Как следствие, радиус лунки  $r_{\text{bnd}}$  меньше радиуса  $r_{\text{th}}$  лазерного луча, соответствующего пороговой плотности энергии импульса  $F_{\text{th}}$ , что необходимо учитывать при планировании абляционной хирургии глаза излучением 213 нм.

Ключевые слова: роговица глаза, лазерная абляция, 213 нм, порог абляции.

*А. В. ДАНИЛЬЧИК<sup>1</sup>, А. Г. ВОЙНИЛОВИЧ<sup>1</sup>, Н. В. РЖЕУЦКИЙ<sup>1</sup>, П. В. ШПАК<sup>1</sup>, В. В. БОРУШКО<sup>2</sup>,  
Ю. В. ТРОФИМОВ<sup>3</sup>, В. И. ЦВИРКО<sup>3</sup>, Е. В. ЛУЦЕНКО<sup>1</sup>, Г. П. ЯБЛОНСКИЙ<sup>1</sup>*

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МАТРИЦЕ InGaN СВЕТОДИОДОВ С ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТЬЮ МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ**

<sup>1</sup>*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: a.danilchuk@ifanbel.bas-net.by*

<sup>2</sup>*Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест, Беларусь,  
e-mail: vadim79@tut.by*

<sup>3</sup>*Центр светодиодных и оптоэлектронных технологий Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Беларусь; e-mail: trofimov@inel.bas-net.by*

Создана матрица, состоящая из 33 миниатюрных светодиодов Rebel Z-серии, излучающих в сине-зеленой области спектра. Максимальная плотность мощности излучения матрицы составила  $\sim 18$  Вт/см<sup>2</sup> при непрерывном токе инжекции. Выполнена компьютерная модель, описывающая распределение температуры в матрице светодиодов в зависимости от потребляемой электрической мощности. Результаты моделирования согласуются с результатами измерений температуры светодиодов матрицы при помощи тепловизора, а также определения температуры активной области светодиодов оптическим методом.

*Ключевые слова:* матрица светодиодов, температура активной области, распределение температуры, тепловая модель.

*A. V. DANILCHYK<sup>1</sup>, A. G. VAINILOVICH<sup>1</sup>, M. V. RZHEUTSKI<sup>1</sup>, P. V. SHPAK<sup>1</sup>, V. V. BORUSHKO<sup>2</sup>,  
Y. V. TROFIMOV<sup>3</sup>, V. I. TSVIRKO<sup>3</sup>, E. V. LUTSENKO<sup>1</sup>, G. P. YABLONSKI<sup>1</sup>*

### **SIMULATION OF TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE InGaN LED MATRIX WITH HIGH DENSITY OF RADIATION POWER**

<sup>1</sup>*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: a.danilchuk@ifanbel.bas-net.by*

<sup>2</sup>*Brest State University named after A. S. Pushkin, Brest, Belarus; e-mail: vadim79@tut.by*

<sup>3</sup>*Center of LED and Optoelectronic Technologies of the National Academy of Sciences of Belarus,  
Minsk, Belarus; e-mail: trofimov@inel.bas-net.by*

The matrix consisting of 33 miniature LEDs of Rebel Z-series emitting in the blue-green region of the spectrum was created. The maximum emission power density of the matrix was  $\sim 18$  W/cm<sup>2</sup> at continuous injection current. A computer model describing the temperature distribution in the matrix of LEDs depending on the supplied electrical power was developed. The simulation results are consistent with the results of measurement of the matrix LEDs temperature by a thermal imager, as well as with the results of determination of the LED active region temperature by the optical method.

*Keywords:* LED matrix, active region temperature, temperature distribution, thermal model.

*Е. В. КОРЗА*

### **УСИЛЕНИЕ КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА НЕОРГАНИЧЕСКИМИ ПИГМЕНТАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАНОЧАСТИЦ ЗОЛОТА И СЕРЕБРА**

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: korza\_ev@list.ru*

В данной работе апробированы различные методики повышения интенсивности комбинационного рассеяния света неорганическими художественными пигментами. Показано, что для каждого пигмента существует индивидуальная зависимость фактора усиления от размеров наночастиц, при этом взаимное расположение аналита и наночастиц не имеет значительного влияния на его величину. Тем не менее нанесение наночастиц поверх аналита представляет собой наиболее простой и наименее времязатратный способ подготовки образцов. Кроме этого обнаружено, что интенсивность комбинационного рассеяния при использовании наночастиц золота и серебра соизмерима, но применение золотых наноструктур позволяет снизить люминесцентный фон в ГКР-спектрах, что значительно упрощает их интерпретацию.

*Ключевые слова:* усиление комбинационного рассеяния света, наночастицы серебра, наночастицы золота, празеодим, ультрамарин фиолетовый, церулеум.

E. V. KORZA

## LIGHT RAMAN SCATTERING ENHANCEMENT BY INORGANIC PIGMENTS WITH THE USE OF GOLD AND SILVER NANOPARTICLES

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: korza\_ev@list.ru*

In this paper different techniques of surface enhanced Raman scattering (SERS) by inorganic art pigments have been tested. Every pigment has each own dependence of the enhancement factor on nanoparticles sizes. The relative position of analyte and metal nanoparticles has no significant impact on the value of the enhancement factor. However, applying nanoparticles on top of the pigment is the most simple and less time-consuming method for sample preparation. In addition, the use of gold and silver nanoparticles provide comparable values of the intensity in the SERS spectra, but the use of gold nanostructures allows reducing the fluorescent background. So, the interpretation of spectra becomes easier.

*Keywords:* Surface enhanced Raman scattering (SERS), silver nanoparticles, gold nanoparticles, praseodymium yellow, ultramarine violet, cerulean.

УДК 535.421

*A. П. РОПОТ, Н. А. ХИЛО*

## ГЕНЕРАЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ЭЙРИ ПРИ ДИФРАКЦИИ НА СИНУСОИДАЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ РЕШЕТКАХ

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: AlexeiRAP@gmail.com, n.khilo@dragon.bas-net.by*

В работе рассмотрен новый акустооптический метод генерации динамических световых пучков Эйри. С применением SLM экспериментально подтверждена возможность получения неполных пучков Эйри при рефракции света на синусоидальной фазовой дифракционной решетке и изучены их свойства.

*Ключевые слова:* акустооптический метод, фазовая дифракционная решетка, стоячая волна, динамические световые пучки Эйри.

*A. P. ROPOT, N. A. KHILO*

## GENERATION OF AIRY LIGHT BEAMS DIFFRACTED BY A SINUSOIDAL PHASE GRATING

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: AlexeiRAP@gmail.com; n.khilo@dragon.bas-net.by*

The paper considers a new method for generation of Airy dynamic beams. Using SLM, the possibility of production of incomplete Airy beams due to light refraction by a sinusoidal phase grating is confirmed experimentally. The properties of such beams are studied.

*Keywords:* acousto-optical method, phase grating, standing wave, Airy dynamic light beams.

УДК 535:530.182,621.373.826,535.544

*В. Ю. МАРКЕВИЧ, Р. В. ЧУЛКОВ*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ВКР-УСИЛЕНИЯ КАЛИЙ-ГАДОЛИНИЕВОГО ВОЛЬФРАМАТА НА ДЛИНЕ ВОЛНЫ 532 нм

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: vumarkevich@gmail.com*

Предложен метод определения стационарных коэффициентов усиления вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в кристаллах, в основе которого лежит сопоставление данных численного моделирования и экспериментальных результатов по ВКР-генерации. Предложенный подход был протестирован для нитрата бария (BN) в поле спектрально ограниченных наносекундных лазерных импульсов. Его использование для калий-гадолиниевого вольфрамата (KGW) позволило установить значения коэффициентов ВКР-усиления  $14 \pm 3$  и  $11 \pm 3$  см/ГВт на длине волны 532 нм для ориентаций  $E \parallel N_m$  и  $E \parallel N_g$  соответственно.

*Ключевые слова:* вынужденное комбинационное рассеяние, стационарный коэффициент усиления вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР), нитрат бария (BN), калий-гадолиниевый вольфрамат (KGW).

**DETERMINATION OF THE STEADY-STATE RAMAN GAIN COEFFICIENTS  
OF POTASSIUM-GADOLINIUM TUNGSTATE AT A WAVELENGTH OF 532 nm**

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: vumarkevich@gmail.com*

A method for determination of the steady-state Raman gain coefficients in crystals has been proposed. The method is based on comparing the numerical simulation data and the experimental Raman generation results. The proposed approach has been tested for barium nitrate in the field of spectrally limited nanosecond laser pulses. Its application for potassium-gadolinium tungstate has revealed the values of the Raman gain coefficients to be  $14 \pm 3$  and  $11 \pm 3$  cm/GW at a wavelength of 532 nm for the  $E \parallel N_m$  and  $E \parallel N_g$  sample orientations, respectively.

*Keywords:* stimulated Raman scattering, steady-state Raman gain coefficient, barium nitrate (BN), potassium-gadolinium tungstate (KGW).

УДК 535.628.373.8,535:548

*A. A. РЫЖЕВИЧ<sup>1</sup>, С. В. СОЛОНЕВИЧ<sup>1</sup>, Н. А. ХИЛО<sup>1</sup>, И. В. БАЛЫКИН<sup>1,2</sup>*

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОНИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ  
В ДВУОСНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

*<sup>1</sup>Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: tol@dragon.bas-net.by*

*<sup>2</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*

Исследованы методы преобразования когерентных монохроматических световых пучков в двуосных кристаллах в условиях конической рефракции. Разработана методика определения оптимальных параметров оптических элементов при создании преобразователя для получения радиально либо азимутально поляризованного лазерного излучения, а также конических световых пучков с винтовой дислокацией волнового фронта первого порядка в зависимости от используемых материала кристалла и длины волны лазерного излучения.

*Ключевые слова:* двуосный кристалл, винтовая дислокация волнового фронта, бesselев световой пучок, радиальная поляризация, азимутальная поляризация.

*A. A. RYZHEVICH<sup>1</sup>, S. V. SOLONEVICH<sup>1</sup>, N. A. KHILO<sup>1</sup>, I. V. BALYKIN<sup>1,2</sup>*

**TRANSFORMATION OF CONICAL LASER BEAMS IN BIAXIAL CRYSTALS**

*<sup>1</sup>B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: tol@dragon.bas-net.by*

*<sup>2</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus*

We investigated the methods of transformation of coherent monochromatic light beams in biaxial crystals under the conditions of conical refraction. Also, we developed the method for determining optimal parameters of optical elements to create a converter that forms radially or azimuthally polarized laser radiation, as well as conical light beams with dislocation of a first-order wave front depending on the material of the used crystal and laser radiation wavelength.

*Keywords:* biaxial crystal, screw wave front dislocation, Bessel light beam, radial polarization, azimuthal polarization.

УДК 577.344

*О. А. КОЗЛЕНКОВА, Л. Г. ПЛАВСКАЯ, А. В. МИКУЛИЧ, И. А. ЛЕУСЕНКО,  
А. И. ТРЕТЬЯКОВА, В. Ю. ПЛАВСКИЙ*

**ФОТОСЕНСИБИЛИЗИРУЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ БИЛИРУБИНА  
НА КЛЕТКИ ЖИВОТНЫХ В КУЛЬТУРЕ**

*Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,  
e-mail: olga.kozlenkova@gmail.com, v.plavskii@ifanbel.bas-net.by*

Исследования, выполненные в настоящей работе, показали, что воздействие излучения светодиодных источников с максимумом полосы излучения около 465 нм, соответствующего спектру поглощения билирубина, способно оказывать повреждающее действие на клетки животных в культуре, находящиеся в логарифмической стадии роста, предварительно инкубированные с билирубином. Фотобиологический эффект обусловлен фотодинамическими процессами с участием синглетного кислорода, генерируемого триплетно возбужденным сенсibilизатором. Вид зависимости выживаемости клеток от энергетической дозы указывает на то, что сенсibilизатором выступает билирубин, а не его фотопродукты.

*Ключевые слова:* гипербилирубинемия, билирубин, фотосенсibilизатор, жизнеспособность клеток, МТТ-тест, фототерапия, синглетный кислород.

O. A. KOZLENKOVA, L. G. PLAVSKAYA, A. V. MIKULICH, I. A. LEUSENKO,  
A. I. TRETYAKOVA, V. Yu. PLAVSKII

### PHOTOSENSITIZING EFFECTS OF BILIRUBIN ON ANIMAL CELLS IN CULTURE

*B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: olga.kozlenkova@gmail.com, v.plavskii@ifanbel.bas-net.by*

The studies performed in this work have shown that the radiation exposure to LED sources with an emission band maximum of about 465 nm corresponding to the absorption spectrum of bilirubin is able to cause damaging effects on animal cells in culture, being in a logarithmic growth stage, that have been pre-incubated with bilirubin. The photobiological effect is caused by photo dynamic processes with participation of singlet oxygen generated by a triplet-excited sensitizer. The type of cell survival depending on an energy dose indicates that the sensitizer serves as bilirubin but not its photoproducts.

*Keywords:* hyperbilirubinemia, bilirubin, photosensitizer, cell viability, MTT-test, phototherapy, singlet oxygen.

УДК 621.315.592

E. A. ТОЛКАЧЕВА, О. Н. ХОЛОД, Л. И. МУРИН

### ОСОБЕННОСТИ ТРАНСФОРМАЦИИ КИСЛОРОДОСОДЕРЖАЩИХ ЦЕНТРОВ В КРЕМНИИ ПРИ ОТЖИГЕ В ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР 450–700 °С: ДАННЫЕ ИК-ПОГЛОЩЕНИЯ

*Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению, Минск, Беларусь,  
e-mail: talkachova@physics.by, holodolga@iftp.bas-net.by, murin@iftp.bas-net.by*

Методом ИК-поглощения исследованы особенности трансформации кислородосодержащих радиационно-индуцированных центров в кристаллах кремния, полученных методом Чохральского и облученных быстрыми электронами или нейтронами, в процессе последующего высокотемпературного отжига при  $T \geq 450$  °С. Установлено, что в интервале температур 450–700 °С имеет место формирование вакансионно-кислородных комплексов  $VO_m$  ( $m \geq 5$ ), обуславливающих появление ряда колебательных полос поглощения в интервале волновых чисел 980–1115  $\text{cm}^{-1}$ .

*Ключевые слова:* кремний, облучение, отжиг, вакансионно-кислородные комплексы, ИК-поглощение.

E. A. TOLKACHEVA, V. N. KHOLAD, L. I. MURIN

### TRANSFORMATION PECULIARITIES OF OXYGEN-CONTAINING CENTERS IN SILICON UPON ANNEALING IN THE TEMPERATURE RANGE 450–700 °C : IR ABSORPTION STUDIES

*Scientific-Practical Materials Research Centre of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus,  
e-mail: talkachova@physics.by, holodolga@iftp.bas-net.by, murin@iftp.bas-net.by*

The transformation peculiarities of oxygen-containing radiation-induced defects in Czochralski-grown silicon irradiated with fast electrons or neutrons upon subsequent high temperature annealing at  $T \geq 450$  °C have been investigated by means of IR absorption. It is found that in the temperature range 450–700 °C the vacancy-oxygen-related complexes  $VO_m$  ( $m \geq 5$ ) are formed. These complexes are responsible for the appearance of a number of vibrational absorption bands in the wave number range 980–1115  $\text{cm}^{-1}$ .

*Keywords:* silicon, irradiation, annealing, vacancy-oxygen-related complexes, IR absorption.